Medición y control de riesgos financieros

Incluye Riesgo de Mercado y de Crédito

3ª / ed

Alfonso de Lara Haro

LIMUSA

Obras afines:

VALOR EN RIESGO
El nuevo paradigma para el control de riesgos con derivados
Jorion

Es un hecho que el entorno regulatorio para la administración de riesgos financieros, en este siglo, se basará en el concepto de Valor en Riesgo. Cualquier banco, casa de bolsa, empresa privada o entidad gubernamental, tendrá que establecer la exposición al riesgo en sus hojas de balance en términos del Valor en Riesgo, lo cual exigirá un conocimiento elemental sobre probabilidades y ganancias, que típicamente es ignorado en los sistemas contables anacrónicos. El libro *Valor en Riesgo* de Philippe Jorion proporciona un interesante panorama de esta apasionante área de las finanzas aplicadas.

FUTUROS Y OPCIONES FINANCIERAS
Díaz Tinoco

Trata de los profundos cambios que ha experimentado el mercado, en especial el de futuros financieros que pronto se ampliarán a la operación de opciones. Este mercado permitirá a los inversionistas mayores oportunidades de inversión, a la vez de reducir la incertidumbre en los mercados financieros, tan característica de nuestros países en los últimos meses.

El mérito de este libro es que presenta de manera sencilla, clara e intuitiva, las características básicas de los futuros y las opciones financieras, su evaluación y las estrategias básicas del negociador.

MEDICIÓN INTEGRAL DEL RIESGO DE CRÉDITO
Elizondo

En los últimos años las quiebras y pérdidas relacionadas con los mercados emergentes y otros que no lo son, motivaron la elaboración de múltiples trabajos. *Medición integral del riesgo de crédito* presenta los primeros ensayos sobre las herramientas desarrolladas para la administración de este riesgo y de técnicas integradas para valuar, ya sea aspectos individuales o portafolios de crédito corporativo. Algunos de los temas que trata la obra son:

- Técnicas de valuación individual.
- Bases de datos comprensivas y relevantes.
- Intentos por resolver el problema de riesgo de crédito de portafolio.
- Estructuración y negociación de derivados de crédito y otros tipos de seguro de crédito y garantías.

La obra es una magnífica recopilación de ensayos, que sin duda ayudará al profesional del crédito a mejorar la administración del riesgo crediticio.

El mercado al que está dirigida comprende a estudiantes de Economía y Finanzas, profesionales del crédito y cobranzas, administradores de riesgos, compañías de seguros y profesionales del corretaje.

EL MANEJO DEL RIESGO CAMBIARIO
Las opciones sobre divisas
Chesney

Obra que surge de la necesidad de contar con una referencia de fácil acceso a uno de los instrumentos de cobertura de riesgo cambiario más eficientes: la opción sobre la divisa. Esta versión, publicada originalmente en francés, ha sido actualizada y adaptada al caso latinoamericano, en especial al mexicano.

El libro expone gradualmente, yendo de lo simple a lo complicado, las herramientas relacionadas con el riesgo cambiario, expuestas a manera de hacerlas más accesibles al lector, quien además podrá remitirse directamente a los anexos que contienen los aspectos técnicos y métodos de valuación de las opciones más recientes.

Medición y control de riesgos financieros

Tercera edición

Alfonso de Lara Haro

LIMUSA

MÉXICO, Venezuela, Colombia, España, Guatemala

Medición y control de riesgos financieros / Alfonso De Lara. -- 3a. ed. -- México : Limusa, 2008.
220 p. : il. ; 15.5 x 23 cm.
ISBN-13: 978-968-18-6444-6
Rústica.
1. Administración de riesgos 2. Administración de Créditos

Dewey: 658.155 | 22 / L318m LC: HD61

BALDERAS 95, MÉXICO, D.F.
C.P. 06040
5130 0700
5512 2903
limusa@noriega.com.mx
www.noriega.com.mx

CANIEM NÚM. 121

HECHO EN MÉXICO
ISBN-13: 978-968-18-6444-6
5.3

Prefacio a la tercera edición

Ninguna técnica analítica por más sofisticada que sea, podrá reemplazar a la experiencia y el buen juicio profesional en el manejo de riesgos.

JP Morgan

Las dos ediciones anteriores de este libro fueron recibidas con beneplácito en el medio financiero mexicano, en algunas escuelas de educación superior en el país y en algunos países latinoamericanos. Esta situación, que se ha reflejado en varios miles de ejemplares vendidos en tan sólo un año de vida de esta obra, me obliga a actualizarla y perfeccionarla.

Los comentarios que llegaron a mí durante la distribución de las primeras dos ediciones del libro han sido muy afortunados, pues refieren que esta obra ha sido un instrumento adecuado para impartir cursos de administración de riesgos de mercado, lo cual agradezco profundamente. Sin embargo, me han señalado, con justa razón, que un solo capítulo referente a la medición de riesgos de crédito es insuficiente.

Por ello, dado que el objetivo planteado desde la primera edición fue contar con un instrumento didáctico para conocer las técnicas generalmente aceptadas en materia de medición y control de riesgos financieros, y pretendiendo hacer énfasis en las técnicas cuantitativas de medición de riesgos, sean éstos de mercado o de crédito, se ha diseñado esta tercera edición que pretende mantener un sano equilibrio entre los conceptos de medición de riesgos de mercado y de crédito, sin menoscabo de los riesgos operacionales. Esto permitirá que los cursos de administración de riesgos que se apoyen en este texto sean más completos.

Medición y control de riesgos financieros es un esfuerzo para contribuir a cubrir el hueco que actualmente hay entre la realidad del mercado y la academia. El estilo de este libro es pragmático. Aun si el lector no tiene conocimientos de matemáticas, podrá comprender los conceptos y manejarlos de manera intuitiva. El libro contempla ejemplos numéricos para ayudar a entender el manejo y la aplicación de los conceptos.

Los lectores objetivo de este libro son:

- Estudiantes de finanzas a nivel de licenciatura y maestría.
- Ejecutivos que se encuentren en el sector financiero, ya sea bancos, casas de bolsa, casas de cambio, afores o en fondos de inversión.
- Ejecutivos que se encuentren en áreas de finanzas en empresas no financieras.
- Reguladores del sector financiero.

Esta tercera edición contiene las siguientes adiciones y mejoras:

- Un nuevo capítulo relativo al riesgo de crédito, en el que se explican con detalle las tres metodologías más conocidas para la medición y control de este tipo de riesgo: el modelo de *KMV*, *Creditmetrics* y *Credit Risk Plus*.
- El material de la segunda edición se ha actualizado y se ha hecho más accesible el lenguaje matemático para que pueda ser entendido por más personas.
- Se añadió un índice temático al final del libro y una tabla con los valores de la curva normal estandarizada.

Este libro está diseñado para ser leído desde el principio hasta el final. o bien, para ser utilizado como referencia en secciones específicas.

El primer capítulo consiste fundamentalmente en una introducción a la función de administración de riesgos, en la que se intenta proporcionar al lector elementos para entender las diferentes naturalezas de riesgos que existen y explicar la evolución y la importancia de esta rama de las finanzas.

El segundo capítulo se refiere a los fundamentos y principios matemáticos y estadísticos que son necesarios para comprender los capítulos relacionados con la medición cuantitativa de riesgos. El capítulo tercero se refiere al concepto de la volatilidad y pretende profundizar en el cálculo de los diferentes tipos de volatilidad que existen, así como resaltar la importancia que tiene este concepto en la medición del "valor en riesgo".

En el capítulo cuarto se establecen los conceptos básicos de valor en riesgo (VaR) y las técnicas más comunes para su cálculo. Se parte de un activo individual y se extiende la explicación a un portafolios de activos. También se explican las bases de la manipulación de matrices para aquellos lectores que desconocen estos conceptos o que si bien los estudiaron hace algún tiempo, probablemente requieran de un breve recordatorio.

En el capítulo quinto se examina el tema de las tasas de interés en sus diferentes modalidades, conceptos tales como duración y convexidad, así como el cálculo de valor en riesgo para un instrumento de mercado de dinero y un portafolios de instrumentos de deuda. Es necesario señalar que este capítulo reviste una importancia fundamental, ya que el cálculo de valor en riesgo para instrumentos que tienen un plazo de vencimiento, es enteramente semejante para productos derivados. Asimismo, se hace especial énfasis en los procedimientos de mapeo o descomposición de posiciones para el cálculo del valor en riesgo.

En el capítulo sexto se aplican las técnicas de valuación y medición de riesgos en algunos productos derivados, básicamente futuros de acciones o de tipos de cambio, futuros de tasas de interés, opciones, *swaps* de tasas de interés y de divisas. En el capítulo séptimo se examina el modelo de Montecarlo para medir los riesgos en instrumentos no-lineales, como es el caso de las opciones financieras.

El capítulo octavo se enfoca básicamente al tema de calibración de modelos mediante pruebas de "*backtesting*" y examina el uso de pruebas de valores extremos o de "*stress*". Este capitulo complementa al capítulo cuarto.

En el capitulo noveno se intenta establecer una introducción a la medición de riesgos de crédito. Se señala una síntesis del análisis de crédito tradicional, el riesgo de crédito en los mercados financieros y un análisis de las técnicas para determinar las probabilidades de incumplimiento y las matrices de probabilidades de transición.

En el capítulo décimo se explican las metodologías de medición de riesgos de mercado, principalmente el modelo *KMV*, *Creditmetrics* y *Credit Risk Plus*. No obstante que hoy no existe un paradigma en este sentido, estos modelos obedecen a prácticas generalmente aceptadas.

En el capítulo undécimo se presentan algunos indicadores para medir el desempeño de un portafolios de activos de inversión ajustados por riesgo.

Finalmente, en el capitulo duodécimo se presenta una perspectiva modesta de cómo medir cualitativa y cuantitativamente el riesgo operativo, que constituye uno de los desafíos más importantes para las instituciones financieras hoy en día.

Quiero reiterar mi gratitud a todos aquellos que han adquirido la obra en su primera o segunda edición y que, por tanto, han contribuido para que este libro sea un éxito.

Debo manifestar que nunca he considerado, ni considero hoy, como inmejorable y completa una obra como ésta, que probablemente jamás podrá reunir tales características.

Finalmente, quizá para algunos lectores éste quizás sea el libro introductorio indicado y cumpla con un objetivo fundamental: instruir y enseñar, pero más aún, despertar la apetencia y la curiosidad por esta nueva disciplina.

Agradecimientos

Debo expresar mi agradecimiento a quienes contribuyeron a que este libro fuera una realidad. Todas las personas que consulté están muy ocupadas y, sin embargo,

aportaron ideas para enriquecer este trabajo. Agradezco en particular a Jaime Díaz Tinoco, Jaime Villaseñor, Efrén del Rosal, Gabriel Ramirez, Ariel Padilla, Luis Longoria, Felipe de Yturbe, Ernesto Montiel, Jesús Velasco, Jorge Alegria, Javier Díaz Brassetti y Alberto Miranda. También expreso mi gratitud a algunos profesores de finanzas del Instituto Tecnológico Autónomo de México, la Universidad Anáhuac, la Universidad Iberoamericana y la Universidad Nacional Autónoma de México.

Una mención aparte merece mi familia. A mi esposa Gabriela y a mis hijas Ilse y Jessica, gracias por su continuo apoyo y comprensión.

Sólo me resta un comentario dirigido a mis colegas del medio financiero que suelen ser muy críticos. Las preguntas, dudas y críticas que suscite, servirán también como aportación al acervo de conocimientos en materia de medición y control de riesgos. Para algunos será el libro introductorio indicado, pero a otros quizá no les agrade. Nadie está obligado a usarlo. Dejémoslo entrar a las aulas para beneficio de quienes sean capaces de discernir su importancia y significado.

Alfonso de Lara

Contenido

CAPÍTULO 1

La función de administración de riesgos

La función de un ejecutivo es decidir entre alternativas homogéneas. La administración de riesgos es una herramienta que ayuda en el proceso de toma de decisiones. No sólo convierte la incertidumbre en oportunidad, sino evita el suicidio financiero y catástrofes de graves consecuencias.

El riesgo es un aspecto relacionado con la psicología del ser humano, con las matemáticas, la estadística y la experiencia adquirida a través de los años. La función de la administración de riesgos es en esencia un método racional y sistemático para entender los riesgos, medirlos y controlarlos en un entorno en el que prevalecen instrumentos financieros sofisticados, mercados financieros que se mueven con gran rapidez y avances tecnológicos en los sistemas de información que marcan nuestra era.

La función de administración de riesgos

1.1 Antecedentes de la administración de riesgos

La palabra riesgo proviene del latín *risicare*, que significa atreverse o transitar por un sendero peligroso. En realidad tiene un significado negativo, relacionado con peligro, daño, siniestro o pérdida. Sin embargo, el riesgo es parte inevitable de los procesos de toma de decisiones en general y de los procesos de inversión en particular. El beneficio que se pueda obtener por cualquier decisión o acción que se adopte, debe asociarse necesariamente con el riesgo inherente a dicha decisión o acción. En finanzas, el concepto de riesgo se relaciona con las pérdidas potenciales que se pueden sufrir en un portafolios de inversión.

La medición efectiva y cuantitativa del riesgo se asocia con la probabilidad de una pérdida en el futuro. Los seres humanos deben conocer y responder de manera intuitiva o cuantitativa a las probabilidades que confrontan en cada decisión. La esencia de la administración de riesgos consiste en medir esas probabilidades en contextos de incertidumbre.

Quizá los primeros estudios serios de nociones de probabilidad se desarrollaron en el siglo XVI, durante la época del Renacimiento. En esa etapa la ciencia y la tecnología avanzaron a un ritmo mucho mayor que en los siglos de la Edad Media.

Girolamo Cardano (1500-1571) nació en Milán, Italia; se le conoce porque escribió su propia biografía en un libro titulado *De Vita Propia Liber* (*El libro de mi vida*). Fue un médico prestigiado y a través de este libro se sabe de su afición por los juegos de azar, en especial los dados, las cartas y el ajedrez. A través del estudio de este tipo de juegos, en particular con los dados, realizó múltiples análisis de probabilidad. Durante su vida escribió 131 trabajos publicados y dejó 111 manuscritos sin publicar. Estos escritos analizan temas de matemáticas, astronomía, física, astrología y medicina.

El libro de matemáticas más importante que escribió Cardano se denominó *Ars Magna* (*El gran arte*). Fue publicado en 1545 y se concentró en álgebra. En él, Cardano propone la solución a polinomios de segundo y tercer grado. Sin embargo, el libro que desarrolla los principios de la teoría de la probabilidad se denominó *Liber de Ludo Aleae* (*Libro de juegos de azar*), publicado en 1663, después de que Cardano murió. En esta obra propuso el término "probable", que se refiere a eventos cuyo resultado es incierto. Por ello, Cardano se puede considerar como la primera persona que se refirió al riesgo mediante la probabilidad como medida de frecuencia relativa de eventos aleatorios.

La palabra latina *probare* significa probar o aprobar. Cardano fue quien introdujo por primera vez el concepto de probabilidad. Este término ha evolucionado con el tiempo. El concepto de probabilidad que Cardano desarrolló se refiere al grado de credibilidad o aprobación de una opinión. Sin embargo, una idea más reciente del término probabilidad se asocia con resultados futuros que miden el grado de incertidumbre. Este último concepto se desarrolló cuando fue posible medir cuantitativamente la probabilidad con la frecuencia relativa de eventos pasados.

Otro italiano que analizó y escribió acerca de la teoría de la probabilidad fue Galileo (1564-1642). El escrito más conocido relacionado con dicha teoría se tituló *Sopra le Scoperte dei Dadi* (*Jugando a los dados*). En él, como en la obra de Cardano, Galileo analiza la frecuencia de diferentes combinaciones y posibles resultados al tirar los dados.

Tres personajes que siguieron a Cardano y Galileo propusieron un método sistemático para medir la probabilidad. El primero fue Blas Pascal, el segundo Pierre de Fermat y el tercero Chevalier de Mére. Los tres eran franceses académicos pertenecientes al siglo XVII. Fermat utilizó conceptos algebraicos, Chevalier fue intuitivo y filósofo y Pascal aplicó conceptos geométricos a la teoría de la probabilidad (mediante el triángulo de Pascal es posible analizar las probabilidades de un evento).

Los avances en álgebra y cálculo diferencial e integral que ocurrieron en los siglos XVII y XVIII propiciaron múltiples aplicaciones en la teoría de la probabilidad, desde la medición de riesgos en seguros e inversiones, hasta temas relacionados con medicina, física y pronóstico de las condiciones del tiempo.

En 1730, Abraham de Moivre propuso la estructura de la distribución de probabilidad normal (conocida como distribución de campana) y el concepto de desviación estándar. Ocho años más tarde, Daniel Bernoulli definió un proceso sistemático para la toma de decisiones, basado en probabilidades, situación que dio lugar a lo que hoy se conoce como teoría de juegos e investigación de operaciones. Los descubrimientos de Bernoulli son todavía paradigmas en el comportamiento racional de un inversionista; por ejemplo, propuso la idea de que el grado de satisfacción que resulta de un aumento en la riqueza de una persona es inversamente proporcional a la cantidad de bienes con que esa persona cuenta. Esto explica por qué el ser humano siente la aversión al riesgo y por qué el Rey Midas era un hombre infeliz.[1]

Cien años después de la notable contribución de Pascal y Fermat, el inglés Thomas Bayes aportó una nueva teoría de la probabilidad, demostrando cómo tomar mejores decisiones incorporando nueva información a informes anteriores.

En 1875, Francis Galton descubrió el concepto de "regresión a la media", el cual se refiere a que, a pesar de las fluctuaciones en los precios que se pueden observar en los mercados organizados y de que los activos que cotizan en dichos mercados pueden estar sobrevaluados o subvaluados, siempre habrá una fuerza natural que presione los precios al valor promedio históricamente observado o a la "restauración de la normalidad". Galton transformó el concepto de probabilidad estático en uno dinámico.

En 1959, Harry Markowitz, premio Nobel de economía, desarrolló la teoría de portafolios y el concepto de que en la medida en que se añaden activos a una cartera de inversión, el riesgo (medido a través de la desviación estándar) disminuye como consecuencia de la diversificación. También propuso el concepto de covarianza y correlación, es decir, en la medida en que se tienen activos negativamente correlacionados entre sí, el riesgo de mercado de una cartera de activos disminuye.

En el periodo comprendido entre 1970 y 2000, la proliferación de nuevos instrumentos financieros ha sido notable, así como el incremento en la volatilidad de las variables que afectan el precio de esos instrumentos, tales como tipos de cambio, tasas de interés, etc. Destaca en particular el desarrollo de productos derivados (futuros, opciones y *swaps*) en este periodo. El desarrollo más importante probablemente se dio en 1973 con la contribución que hicieron Fisher Black y Myron Scholes al proponer la fórmula para valuar el precio de las opciones financieras.[2]

En 1994, el banco estadounidense JP Morgan propuso, en su documento técnico denominado *Riskmetrics*, el concepto de "valor en riesgo" como modelo para medir cuantitativamente los riesgos de mercado en instrumentos financieros o portafolios con varios tipos de instrumentos. El valor en riesgo (VaR) es un modelo estadístico basado en la teoría de la probabilidad.[3]

No obstante que la palabra estadística se deriva del latín *status*, que significa "estado" y que el concepto tradicional de estadística se asocia con la presentación de resúmenes, información ordenada y relevante, así como gráficas que explican el "estado" de algún aspecto económico, demográfico o político, el concepto moderno de valor en riesgo está muy lejos de estar asociado con un simple conjunto descriptivo de números y gráficas.

Con la propuesta de JP Morgan, en la cual se incorporan los conceptos de estadística desarrollados desde el siglo XVII, la administración de riesgos moderna en los umbrales del siglo XXI se concibe como la adopción de un enfoque más proactivo, que transforma la manera de medir y monitorear los riesgos.

Con el tiempo, los matemáticos han transformado la teoría de la probabilidad, de ser un instrumento aplicado al pronóstico de ganar o perder en juegos de azar, a una poderosa herramienta que involucra información de posiciones en riesgo en grandes corporaciones, para su medición y monitoreo.

Hoy en dia existe una mejor definición de riesgos, nuevos estándares (paradigmas) en la medición cuantitativa de los mismos y se han diseñado nuevas estructuras organizacionales con vocación de investigación aplicada en modelos matemáticos y técnicas especializadas.

En adición al enfoque organizacional en las instituciones para realizar una efectiva administración de riesgos, vale la pena señalar que los avances en la tecnología han facilitado el proceso de identificación, evaluación y control de riesgos. El bajo costo de la computadora ha permitido procesar considerables volúmenes de información en un tiempo muy reducido.

Lo anterior no sorprende si se observa la evolución tanto de los mercados financieros en México y en el ámbito internacional como de la regulación que está cada vez más especializada en lograr una medición de riesgos más completa, objetiva y cuantitativa.

1.2 Clasificación de los riesgos financieros

Existen diferentes naturalezas de riesgos, las cuales se pueden clasificar en las siguientes categorías:[4]

- Se entiende como *riesgo de mercado* la pérdida que puede sufrir un inversionista debido a la diferencia en los precios que se registran en el mercado o en movimientos de los llamados factores de riesgo (tasas de interés, tipos de cambio, etc.). También se puede definir más formalmente como la posibilidad de que el valor presente neto de un portafolios se mueva adversamente ante cambios en las variables macroeconómicas que determinan el precio de los instrumentos que componen una cartera de valores.
- El *riesgo de crédito* es el más antiguo y probablemente el más importante que enfrentan los bancos. Se puede definir como la pérdida potencial producto del incumplimiento de la contraparte en una operación que incluye un compromiso de pago.
- El *riesgo de liquidez* se refiere a las pérdidas que puede sufrir una institución al requerir una mayor cantidad de recursos para financiar sus activos a un costo posiblemente inaceptable. Los bancos son muy sensibles a las variaciones en las tasas de interés; y el manejo de activos y pasivos (Asset-Liability Management) se convierte en una de las ramas de la administración de riesgos que cubre este aspecto. El riesgo de liquidez se refiere también a la imposibilidad de transformar en efectivo un activo o portafolios (imposibilidad de vender un activo en el mercado). Este ries-

go se presenta en situaciones de crisis, cuando en los mercados hay únicamente vendedores.

- El *riesgo legal* se refiere a la pérdida que se sufre en caso de que exista incumplimiento de una contraparte y no se pueda exigir, por la vía jurídica, cumplir con los compromisos de pago. Se refiere a operaciones que tengan algún error de interpretación jurídica o alguna omisión en la documentación.
- El *riesgo operativo* es un concepto muy amplio y se asocia con fallas en los sistemas, procedimientos, en los modelos o en las personas que manejan dichos sistemas. También se relaciona con pérdidas por fraudes o por falta de capacitación de algún empleado en la organización. Asimismo, este tipo de riesgo se atribuye a las pérdidas en que puede incurrir una empresa o institución por la eventual renuncia de algún empleado o funcionario, quien durante el periodo en que laboró en dicha empresa concentró todo el conocimiento especializado en algún proceso clave.
- *El riesgo de reputación es el relativo a las pérdidas que podrían resultar* como consecuencia de no concretar oportunidades de negocio atribuibles a un desprestigio de una institución por falta de capacitación del personal clave, fraude o errores en la ejecución de alguna operación. Si el mercado percibe que la institución comete errores en algún proceso clave de la operación, es lógico que los clientes considerarán eventualmente cambiar de institución.

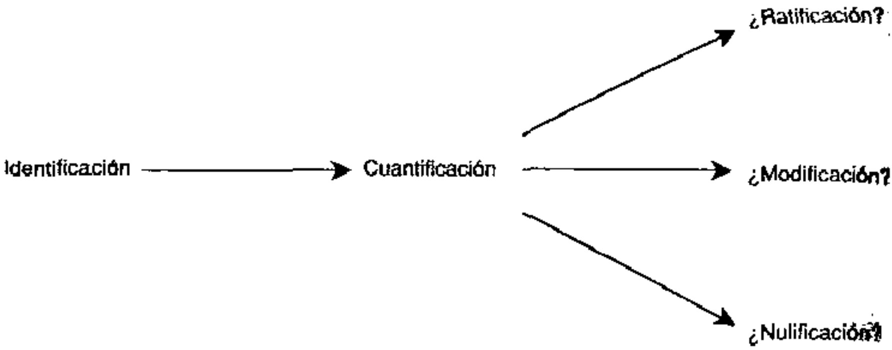
1.3 El proceso de administración de riesgos

El objetivo de la administración de riesgos puede expresarse en dos sentidos:

- Asegurarse de que una institución o inversionista no sufra pérdidas económicas inaceptables (no tolerables).
- Mejorar el desempeño financiero de dicho agente económico, tomando en cuenta el rendimiento ajustado por riesgo.

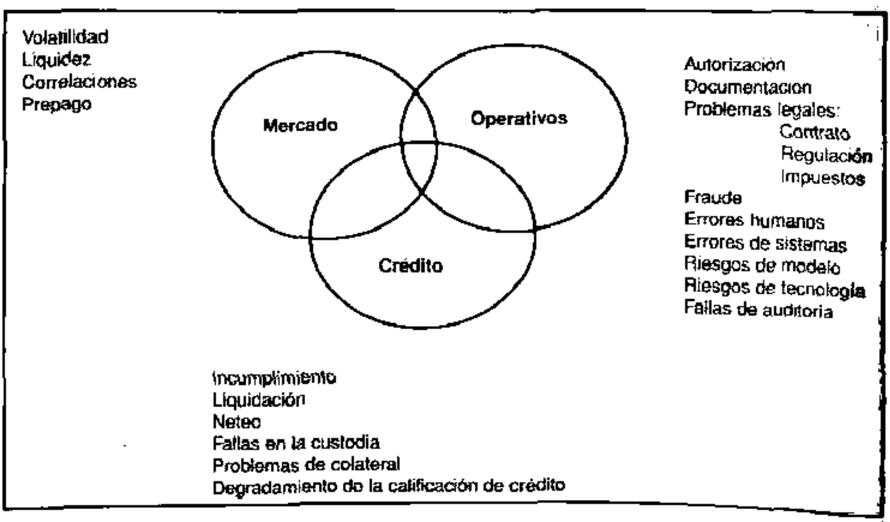
Lo anterior se logra entendiendo los riesgos que toma la institución, midiendo dichos riesgos, estableciendo controles de riesgo y comunicando dichos riesgos a los órganos colegiados correspondientes (comité de riesgos o consejo de administración).

El proceso de la administración de riesgos implica, en primer lugar, la identificación de riesgos, en segundo su cuantificación y control mediante el establecimiento de límites de tolerancia al riesgo y, finalmente, la modificación o nulificación de dichos riesgos a través de disminuir la exposición al riesgo o de instrumentar una cobertura. A continuacion se muestra esquemáticamente este proceso:



Fuente: Robert Kopprasch

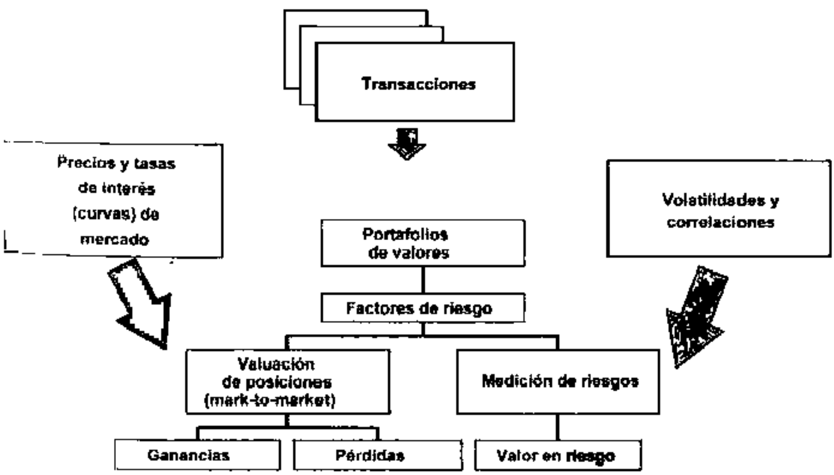
Para lograr una efectiva identificación de riesgos es necesario considerar las diferentes naturalezas de riesgos que se presentan en una transacción. Los riesgos de mercado se asocian a la volatilidad, estructura de correlaciones y liquidez, pero éstos no pueden estar separados de otros, como riesgos operativos (riesgos de modelo, fallas humanas o sistemas) o riesgos de crédito (incumplimiento de contrapartes, riesgos en la custodia de valores, en la liquidación, en el degradamiento de la calificación crediticia de algún instrumento o problemas con el colateral o garantías). Por ejemplo, comprar una opción en el mercado de derivados fuera de Bolsa (*Over the Counter: OTC*) implica un riesgo de mercado, pero también uno de crédito y operacional al mismo tiempo. En el siguiente diagrama se establece la interconexión de los diferentes tipos de riesgos en el proceso de identificación de éstos:



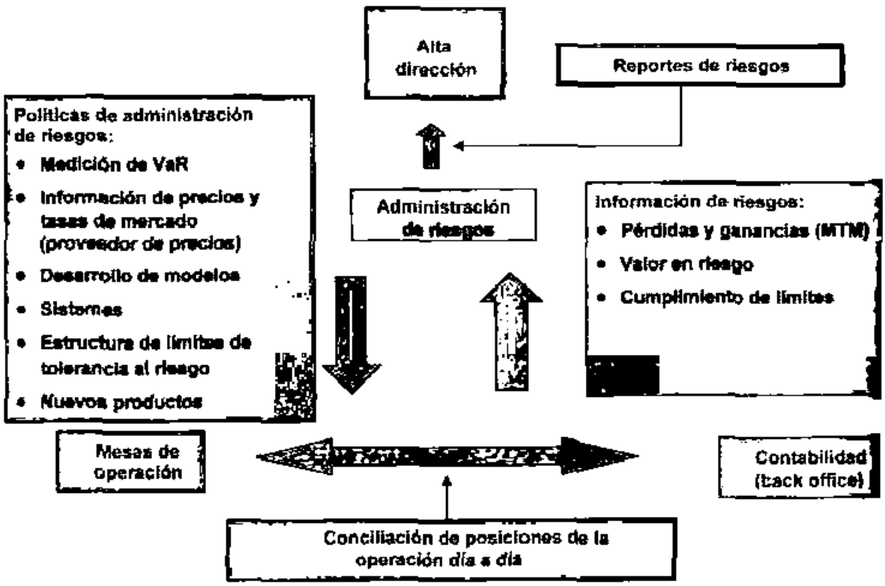
El siguiente paso en el proceso de la administración de riesgos se refiere a la cuantificación. Este aspecto ha sido suficientemente explorado en materia de riesgos de mercado. Existen una serie de conceptos que cuantifican el riesgo de mercado, entre ellos: valor en riesgo, duración, convexidad, peor escenario, análisis de sensibilidad, beta, delta, etc. Muchas medidas de riesgo pueden ser utilizadas. En este libro, aunque se mencionan y explican la mayor parte de ellas, se pone especial atención en el concepto de valor en riesgo (VaR) que se popularizó gracias a JP Morgan. Como se verá con detalle, el valor en riesgo es un estimado de la máxima pérdida esperada que puede sufrir un portafolios durante un periodo de tiempo específico y con un nivel de confianza o probabilidad definido.

En el caso de riesgos de crédito, la cuantificación se realiza a partir del cálculo de la probabilidad de impago o incumplimiento. JP Morgan ha publicado un documento técnico denominado *Creditmetrics* en el que pretende establecer un paradigma similar al del valor en riesgo pero instrumentado en riesgos de crédito. Es decir, un estimado de pérdidas esperadas por riesgo crediticio. La utilidad de este concepto radica en que las instituciones financieras pueden crear reservas preventivas de pérdidas derivadas de incumplimientos de contrapartes o de problemas con el colateral.

En el siguiente diagrama se muestra la función de cuantificación del riesgo de mercado: por una parte se debe contar con los precios y tasas de interés de mercado para la valuación de los instrumentos y, por otra, cuantificar las volatilidades y correlaciones que permitan obtener el valor en riesgo por instrumento, por grupo de instrumentos y la exposición de riesgo global.



A continuación se muestra un diagrama que describe la función primordial de la administración de riesgos: por una parte, la definición de políticas de administración de riesgos: la medición del riesgo (VaR) y el desarrollo de modelos y estructuras de límites, y por otra, la generación de reportes a la alta dirección que permitan observar el cumplimiento de límites, las pérdidas y ganancias realizadas y no realizadas. Asimismo, es función de administración y control de riesgos la conciliación de posiciones entre las mesas de operación y las áreas contables. A esta última función se le conoce como el *Middle Office.*



Las instituciones financieras son tomadoras de riesgo por naturaleza. En este contexto, aquellas que tienen una cultura de riesgos crean una ventaja competitiva frente a las demás. Asumen riesgos más conscientemente, se anticipan a los cambios adversos, se protegen o cubren sus posiciones de eventos inesperados y logran experiencia en el manejo de riesgos. Por el contrario, las instituciones que no tienen cultura de riesgos, posiblemente ganen más dinero en el corto plazo pero en el largo plazo convertirán sus riesgos en pérdidas importantes que pueden significar, inclusive, la bancarrota.

1.4 Desastres financieros en ausencia de administración de riesgos

La posibilidad de contar con más instrumentos y el acceso a mercados financieros internacionales, ha incrementado el apetito por riesgo de los inversionistas en general. Pero la ausencia de técnicas que midan el riesgo ha propiciado grandes desastres financieros. Estos descalabros tienen nombre y apellido; por ejemplo, sólo por citar algunos:

- Nick Leeson, un operador del mercado de derivados que trabajaba en la subsidiaria del banco inglés *Baring* en Singapur, sufrió pérdidas que rebasaban en exceso el capital del banco y llevó a la quiebra a la institución en febrero de 1995 con pérdidas de más de 1,300 millones de dólares.
- Bob Citron, tesorero del condado de Orange en Estados Unidos, invirtió en posiciones altamente riesgosas que se tradujeron en más de 1,700 millones de dólares, debido al alza de las tasas de interés registrada en 1994.
- Toshihide Iguchi, un operador que manejaba posiciones en mercado de dinero en Daiwa Bank, perdió 1,100 millones de dólares en 1995.
- Yasuo Hamanaka, un operador de contratos de cobre en Sumitomo Corp., perdió 1,800 millones de dólares en junio de 1996.
- En diciembre de 1994, la devaluación del peso mexicano dejó al descubierto la fragilidad del sistema financiero, ya que en todas las instituciones financieras se presentaron fuertes pérdidas por riesgos de mercado y crédito.

El común denominador en estos desastres fue la falta de políticas y sistemas de administración de riesgos que permitieran medir y monitorear efectivamente las pérdidas potenciales de las posiciones en que estaban involucradas dichas corporaciones.

Estos desastres provocaron, entre otras acciones, que en 1993 se creara una asociación internacional de carácter privado llamada Grupo de los Treinta (G-30). Dicha agrupación ha hecho algunas recomendaciones en relación con criterios prudenciales para instituciones que tienen productos derivados en posición de riesgo.[1]

1. *El papel de la alta dirección.* Definir las políticas y controles asegurándose de que estén por escrito en un documento que sirva de base a clientes, reguladores y auditores. Las políticas deben incluir los límites que deben respetar las áreas de negocios.
2. *Valuación a mercado de las posiciones de riesgo (marcar a mercado).* Este término se conoce como *Mark-to-Market* y consiste en medir el valor justo o de mercado de un portafolios. La pérdida o ganancia no realizada de la posición de riesgo se calcula mediante la diferencia entre el valor de adquisición de la posición y el valor de dicha posición en el mercado. Esta valuación se debe hacer de preferencia diario para evitar sorpresas y res-

ponder a la siguiente pregunta: si vendo la posición hoy, ¿a cuánto ascendería la pérdida o la ganancia?

3. *Medición cuantitativa de riesgos.* La medición de riesgos de mercado se logra mediante el cálculo de lo que se conoce como *Valor en Riesgo* (VaR). Este concepto fue propuesto por JP Morgan en octubre de 1994 y hoy es un estándar internacional. El VaR resume en un solo número la pérdida potencial máxima que se puede sufrir en una posición de riesgo dado un nivel de confianza elevado (usualmente 95 o 99%) y en un periodo de tiempo determinado.[6]
4. *Simulaciones extremas o de stress.* Se deben valuar las posiciones en condiciones extremas y adversas de mercado. El valor en riesgo sólo es útil en condiciones normales de mercado. Existen muchas maneras de realizar estas pruebas. La más común es contestar a las preguntas: ¿qué pasaría con mi posición si los factores de riesgo cambian dramáticamente? ¿Cuál podría ser la máxima pérdida que puedo sufrir en un evento poco probable pero posible?
5. *Independencia en la medición de riesgos.* El objetivo es evitar conflictos de interés que pueden surgir cuando las áreas de negocios emiten sus propios reportes, miden sus propios riesgos y se monitorean a sí mismas. El administrador de riesgos debe ser completamente independiente de las áreas de registro contables (*Back-Office*) y de las áreas de operación del negocio (*Front Office*).
6. *Medición de riesgos de crédito.* También debe medirse el riesgo de crédito, mediante el cálculo de probabilidades de incumplimiento de la contraparte. En instrumentos derivados debe medirse el riesgo actual y el riesgo potencial de crédito. El riesgo actual es el valor de mercado de las posiciones vigentes. El riesgo potencial mide la probable pérdida futura que pueda registrar un portafolios en caso de que la contraparte de la operación incumpla.
7. *Experiencia y conocimiento de estadística y sistemas.* La mayor parte de las técnicas para calcular el valor en riesgo tienen un fuerte soporte estadístico y la información debe ser entendible y accesible para medir el riesgo de manera oportuna. Las preguntas que deben responderse son: ¿las personas que evalúan los riesgos son las adecuadas? ¿Tienen la preparación técnica para entender y calcular los riesgos?

Notas

1. Bernstein, Peter. *Against the Gods. The remarkable story of risk.*
2. Para más referencias véase el artículo de Fisher Black y M. Scholes denominado: *The Pricing of Options and Corporate Lialibities*, publicado por primera vez en el *Journal of Political Economy*, Vol. 81 (1973).

3. Consulte el documento técnico de *Riskmetrics*, que se obtiene gratuitamente por Internet en la dirección www.riskmetrics.com.
4. Existe una infinidad de tipos de riesgos; sin embargo, sólo se enuncian los más importantes, que tal vez incluyan a todos los demás.
5. Jorion, Phillipe, *Value at Risk*, Ed. McGraw-Hill, capítulo 15.
6. En el capítulo 4 se profundiza más en el concepto de "valor en riesgo".

CAPÍTULO 2

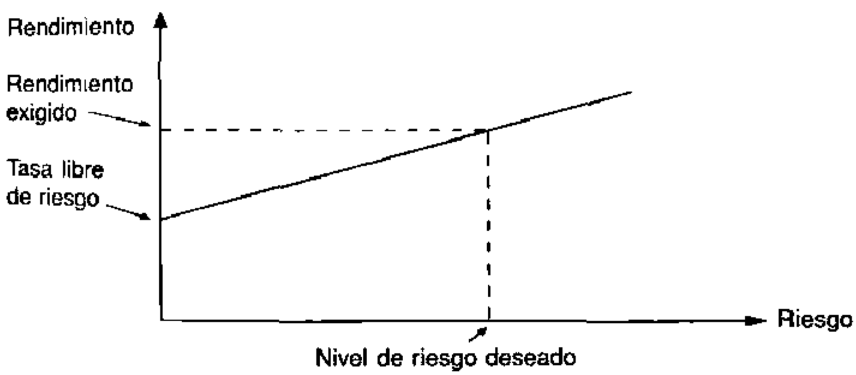
Rendimiento y riesgo

Para entender los modelos que miden el riesgo, es necesario conocer algunos aspectos de matemáticas y estadística. En este capítulo se explica la manera de medir tanto el rendimiento como el riesgo. Especial atención merece la curva de distribución normal, la cual es el "corazón" en los supuestos de algunos modelos para medir el riesgo.

Existe consenso en el mundo académico en el sentido de que los precios de las acciones en los mercados organizados se comportan de acuerdo con una caminata aleatoria, es decir, que el precio de una acción al dia de hoy es independiente de los precios observados en días anteriores y que, por tanto, los mercados no tienen memoria y no son predecibles. Ésta es la base para considerar que el supuesto de normalidad en los rendimientos de los precios de los instrumentos financieros es un supuesto razonable, aunque la curva normal en el mundo real, no siempre es perfecta.

Rendimiento y riesgo

En la teoría financiera existen dos variables básicas que es preciso entender y saber calcular apropiadamente para tomar decisiones de inversión: el rendimiento y el riesgo. En la medida en que una inversión es más riesgosa, debe exigírsele un mayor rendimiento:



2.1 Rendimiento

El rendimiento de un activo o portafolios es el cambio de valor que registra en un periodo con respecto a su valor inicial:

$$R_i = \frac{\Delta \text{Valor}}{\text{Valor}_{inicial}} = \frac{\text{Valor}_{final} - \text{Valor}_{inicial}}{\text{Valor}_{inicial}}$$

Como ejemplo considere que el día de ayer el valor de un portafolios fue de 97.5 millones de pesos y hoy registra un valor de 98.3 millones de pesos; el rendimiento de un día es de:

$$R_i = \frac{98.3 - 97.5}{97.5} = 0.82\%$$

El rendimiento también se puede definir en función del logaritmo de la razón de rendimientos como sigue:

$$R_i = Ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

El rendimiento de un portafolios se define como la suma ponderada de los rendimientos individuales de los activos que componen el portafolios, por el peso que tienen dichos activos en el portafolios:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} \omega_i R_i$$

El rendimiento promedio se define como la suma de los rendimientos de cada uno de los activos, entre el número de activos:

$$R_{prom} = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n}$$

El rendimiento anualizado se define como:[1]

$$R_{anual} = \left(1 + R_n\right)^n - 1$$

Como ejemplo considere que el rendimiento diario de un portafolios es de 0.02%. Dicho rendimiento anualizado (considerando 252 días hábiles) es de:

$$R_{anual} = (1 + .0002)^{252} - 1 = 5.17\%$$

2.2 Medición del riesgo

Una distribución de frecuencias muestra la manera como los rendimientos de algún activo o portafolios de activos se han comportado en el pasado. Cuando esta distribución se grafica (histograma de frecuencias) asume una figura en particular. Los pasos principales para construir una distribución de frecuencias son los siguientes:

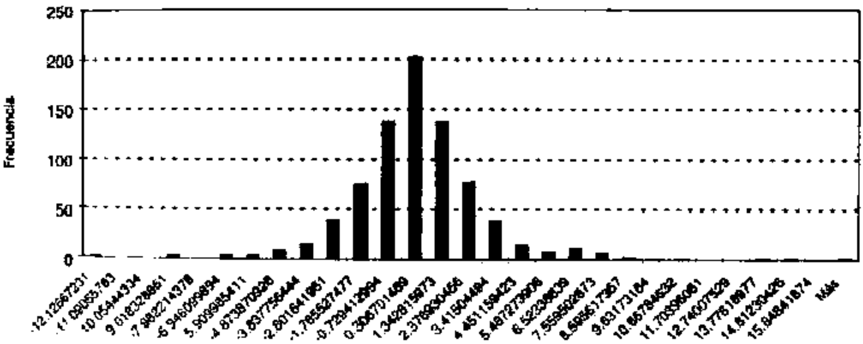
a) Determinar las observaciones de mínimo y máximo valor en la serie de tiempo.

b) Elegir un número de subintervalos de igual magnitud que cubra desde el mínimo hasta el máximo valor. Éstos son los rangos o clases.

c) Contar el número de observaciones que pertenecen a cada rango o intervalo. Ésta es la frecuencia por clase.

d) Determinar la frecuencia relativa mediante la división entre la frecuencia por clase y el número de observaciones. Es decir, la frecuencia relativa es una fracción de las observaciones que pertenecen a cada clase.

A continuación se presenta un histograma de los rendimientos de la tasa de interés THE a 28 días, con observaciones desde abril de 1996 hasta mayo de 1999:



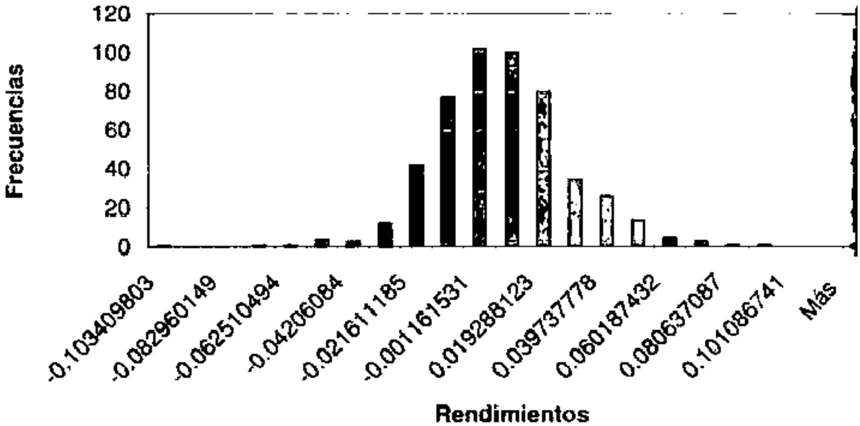
2.3 Distribución normal o de campana

Los instrumentos financieros presentan por lo general una distribución de probabilidad normal, la cual está definida por una curva simétrica en forma de campana. No obstante que esta curva fue propuesta por De Moivre, está relacionada también con los nombres de Pierre Laplace y Carl Gauss, quienes trabajaron en el desarrollo y la aplicación de esta distribución.

La distribución normal tiene un papel importante en cualquier campo de la estadística y, en particular, en la medición de riesgos en finanzas. Los parámetros más importantes que la definen son la media y la desviación estándar, siendo la notación más conocida como $N(\mu,\sigma)$. Otros indicadores importantes que definen a la distribución normal son el sesgo y la kurtosis. El sesgo debe ser de cero (simetría de la curva perfecta) y la kurtosis de tres (en tres desviaciones estándar se cuenta con el 99.7% de las observaciones).

Como ejemplo tomemos los rendimientos o variaciones porcentuales diarias del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores (IPC) durante tres años (1998 a 2000), es decir, un número de 509 observaciones. A continuación se presenta una gráfica del histograma de frecuencias:

Histograma de rendimientos del IPC (1998-2000)

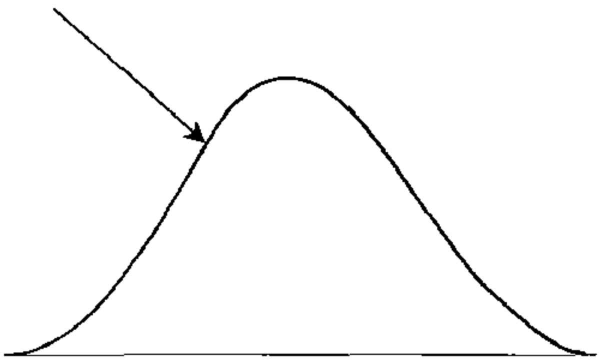


En este caso, la media de los rendimientos es de 0.091% y la desviación estándar diaria de rendimientos es de 2.29%. Si tomamos la media más tres desviaciones estándar, tenemos que el rendimiento es de 6.96%, y la media menos tres desviaciones estándar es de –6.78%. Esto significa que son muy pocas las observaciones que están fuera de este periodo, de hecho sólo son siete observaciones (5 en la cola superior y 2 en la cola inferior), por lo que se puede ver que tres desviaciones estándar comprenden el 98.6% de las observaciones totales.

En estadística es posible demostrar que si consideramos una muestra de tamaño n perteneciente a una población que se distribuye normalmente (con media μ y desviación estándar σ), dicha muestra tendrá una distribución normal de media $\bar{x}$ y desviación estándar $\sigma/\sqrt{n}$. El teorema del límite central establece que aun cuando la muestra de tamaño n es suficientemente grande, la distribución de la muestra es aproximadamente normal, sin importar la distribución de la población. En este sentido, la distribución normal juega un papel importante en el desarrollo de las finanzas y procedimientos para la administración de riesgos.

La distribución normal de probabilidad de una variable aleatoria continua se puede representar como un histograma de frecuencias de una forma suavizada y basada en un número grande de observaciones. A continuación se muestra la ecuación de la distribución normal y la manera como se representa:

$$f(x)=\frac{e^{\frac{-(x-\mu)^2}{\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \qquad \sigma>0,\ -\infty<\mu<\infty, -\infty<x<\infty$$



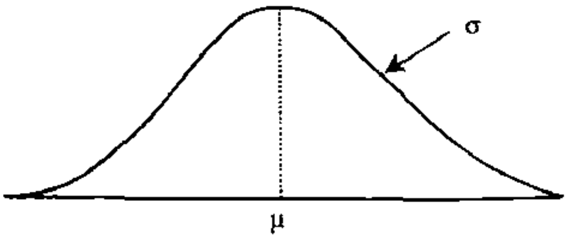
La función de densidad normal contiene dos parámetros básicos: μ y σ. El primero es la media y el segundo la desviación estándar de la distribución correspondiente, por esto se localiza el centro de la distribución y se determina el grado de dispersión.

La curva normal está centrada alrededor de la media, la cual se representa por μ. La variación o dispersión alrededor de la media se expresa en unidades de la desviación estándar, representada por σ. En un portafolios, la media es simplemente su rendimiento promedio, y a la desviación estándar se le define como volatilidad. Las expresiones para su cálculo son las siguientes:[2]

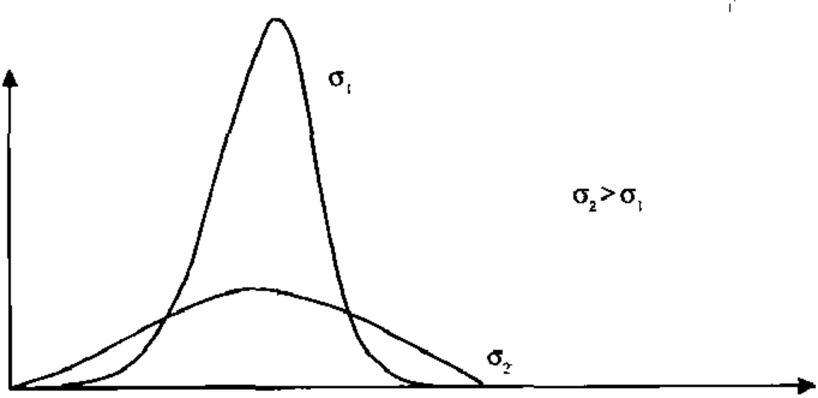
$$\mu=\frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n} \qquad \sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(R_i-\mu)^2}{n-1}}$$

$$\mu=\sum_{i=1}^{n} P_i R_i \qquad \sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{n} P_i[R_i-\mu]^2}$$

donde P_i es la probabilidad de ocurrencia.

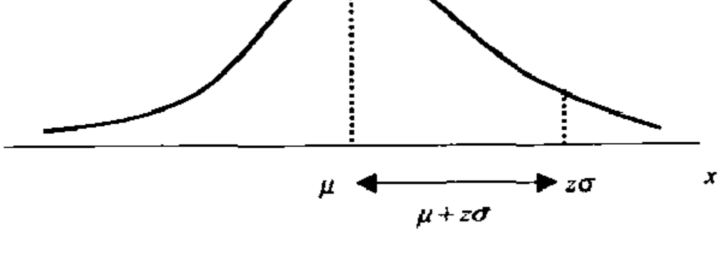


A continuación se muestra una gráfica de dos distribuciones de probabilidad normal que tienen la misma media pero diferente dispersión:



En esta gráfica se observa que la distribución de probabilidad 2 tiene mayor dispersión que la distribución 1 y, por tanto, tiene mayor riesgo.

Cabe señalar que la función de densidad normal es simétrica con respecto a la media y, por tanto, sólo se necesita tabular las áreas de un lado de la media. Las áreas tabuladas son áreas a la derecha o a la izquierda de valores de z, en donde z es la distancia de un valor x respecto de la media, expresada en unidades de desviación estándar.



Si lo anterior es cierto, entonces debe quedar claro que:

$$x = \mu + z\sigma$$

y por tanto

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

Si la variable aleatoria x es el rendimiento de algún factor de riesgo (precio de acciones, tasas de interés o tipos de cambio), entonces siempre será posible transformar dicha variable aleatoria normal en z mediante la expresión anterior.

Si z localiza un punto medido a partir de la media de una variable aleatoria normal con la distancia expresada en unidades de la desviación estándar de la variable aleatoria normal original, el valor medio de z tiene que ser 0 y su desviación estándar igual a 1. A z se le conoce como la variable aleatoria normal estándar y tiene una distribución normal $N(0,1)$.

Adicionalmente a la media y a la desviación estándar, la curva de distribución normal tiene dos características: el sesgo y la kurtosis, a los cuales se les conoce también como el tercer y cuarto momentos, respectivamente.

El sesgo es un indicador que mide la simetría de la curva. En el caso de una curva normal perfecta, el sesgo será igual a cero. Si éste es distinto de cero, estará sesgada hacia la izquierda o hacia la derecha, según el signo del sesgo.

La kurtosis es el indicador que mide el nivel de levantamiento de la curva respecto a la horizontal. Esta situación se presenta cuando existen pocas observaciones muy alejadas de la media. A este fenómeno de alta kurtosis también se le conoce como *fat tails*. La kurtosis de una distribución normal perfecta es igual a 3. A continuación se muestran las fórmulas para calcular tanto el sesgo como la kurtosis:

$$Sesgo = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^3}{(n-1)\sigma^{3/2}}$$

$$Kurtosis = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^4}{(n-1)\sigma^4}$$

Para saber si una distribución de frecuencias se comporta de acuerdo con una distribución normal, existen varias pruebas. La más sencilla es la de Jarque-Bera,[3] que consiste en lo siguiente:

Se calcula el estadístico de prueba dado por:

$$LM = N\left[\frac{Sesgo^2}{6}+\frac{(Kurtosis-3)^2}{24}\right]$$

Donde *LM* es un estadístico de prueba y se distribuye de acuerdo con una curva ji-cuadrada con dos grados de libertad, por lo que es necesario realizar una prueba de hipótesis en la cual la hipótesis de interés (hipótesis nula) consiste en que la curva es normal con un nivel de confianza (por ejemplo, 95%) y la hipótesis alternativa consiste en que no pasa dicha prueba (es decir, no es normal).

Como ejemplo, tomemos la serie de tiempo de los rendimientos del IPC durante el año 2000, considerando 258 días. El sesgo es de 0.1376 y la kurtosis de 3.81. Con esta información, el valor de *LM* (estadístico de prueba) es de 7.86. Si deseamos 95% de confianza para realizar la prueba de normalidad, en tablas de una distribución ji-cuadrada con dos grados de libertad, se obtiene 5.99. Dado que el estadístico de prueba es mayor que 5.99, se concluye que no se acepta la hipótesis de interés, es decir, que la serie de tiempo no se comporta de acuerdo con una curva normal, con un nivel de confianza del 95%. Sin embargo, al tomar más datos históricos, el sesgo tiende a ser más pequeño y la kurtosis más cercana a 3, lo que significa que con un número suficiente de datos pasaría la prueba de normalidad de Jarque-Bera.

Por otra parte, vale la pena aclarar que la media y la desviación estándar de un periodo pueden ser transformadas a otro periodo. Por ejemplo, si tenemos la media y la volatilidad diaria, es posible determinar los parámetros anuales mediante las siguientes expresiones:

$$\mu_{anual} = \mu_{diaria}\, t$$

$$\sigma_{anual} = \sigma_{diaria}\sqrt{t}$$

Observe que los ajustes en la volatilidad a diferentes horizontes de tiempo deben realizarse con la raíz cuadrada del periodo, y por tanto, la volatilidad es una función del tiempo expresada de manera no lineal.

2.4 Covarianza

Es una medida de relación lineal entre dos variables aleatorias describiendo el movimiento conjunto entre éstas. Dichas variables pueden ser los rendimientos de un portafolios.

La covarianza se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$$COV(R_i, R_j) = \sum_{i=1}^{n} P_i[R_i - \mu_i][R_j - \mu_j]$$

también se puede aplicar la siguiente expresión:

$$COV(R_i, R_j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[R_i - \mu_i][R_j - \mu_j]$$

2.5 Correlación

Debido a la dificultad para interpretar la magnitud de la covarianza, suele utilizarse la correlación para medir el grado de movimiento conjunto entre dos variables o la relación lineal entre ambas. La correlación se encuentra entre −1 y +1 y se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$$Corr(R_i, R_j) = \rho_{ij} = \frac{COV(R_i, R_j)}{\sigma_i \, \sigma_j}$$

donde:

ρ_{ij}	es la correlación entre los activos *i* y *j*.
$COV(R_i, R_j)$	es la covarianza entre los activos *i* y *j*.
σ_i	es la volatilidad del activo *i*.
σ_j	es la volatilidad del activo *j*.

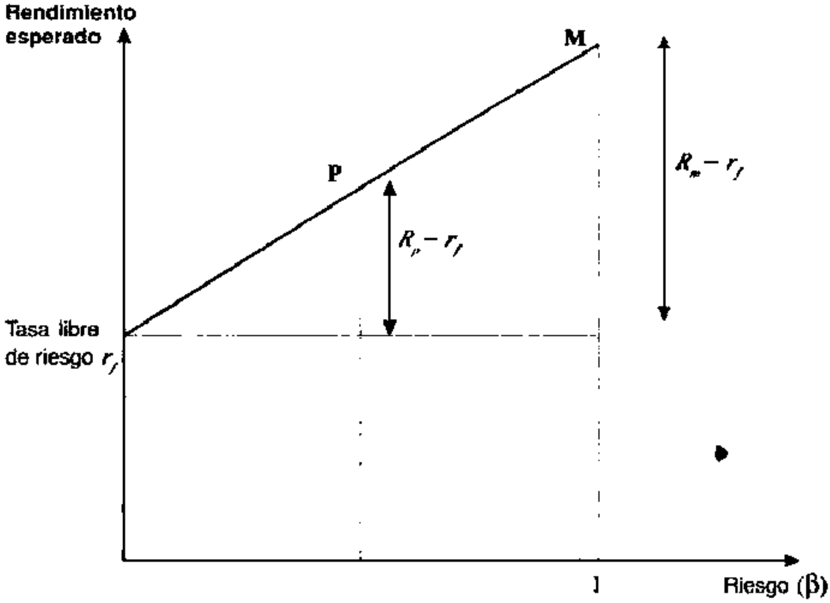
El coeficiente de correlación de Pearson se calcula en función de los rendimientos observados de la siguiente manera:

$$Corr(x_i, y_i) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_x)^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \mu_y)^2}}$$

El signo positivo en el coeficiente de correlación significa que las dos variables se mueven en la misma dirección, mientras más cercano a la unidad, mayor será el grado de dependencia mutua. El signo negativo indica que las dos variables se mueven en sentidos opuestos. Asimismo, mientras más cercano a cero sea el coeficiente de correlación, mayor será el grado de independencia de las variables.

2.6 Modelo CAPM: Capital Asset Pricing Model

Este modelo propuesto por Sharpe (1964) establece que el rendimiento de un activo o un portafolios es igual a la tasa libre de riesgo, más un premio por el riesgo que tiene ese instrumento o portafolios medido por el coeficiente beta, como se indica a continuación:



$$\boxed{R_p - r_f = \beta_p (R_m - r_f)}$$

o bien:

$$\boxed{R_p - r_f + \beta_p (R_m - r_f)}$$

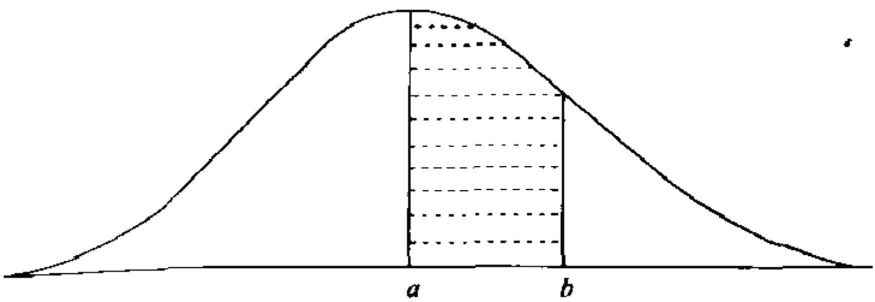
Donde :

$$\beta_p = \frac{\text{cov}(R_p - R_m)}{\text{var}(R_m)} = \frac{\rho_{pm}\sigma_p\sigma_m}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{pm}\sigma_p}{\sigma_m}$$

2.7 Intervalos de confianza

El área bajo la curva representa la probabilidad en un intervalo específico. Así, si se desea obtener la probabilidad de que un rendimiento futuro se encuentre entre los rendimientos a y b, se tiene que calcular el área bajo la curva de la distribución normal entre a y b. Matemáticamente, el área bajo la curva se obtiene de integrar la función de probabilidad $f(x)$ definida entre a y b, de la siguiente forma:

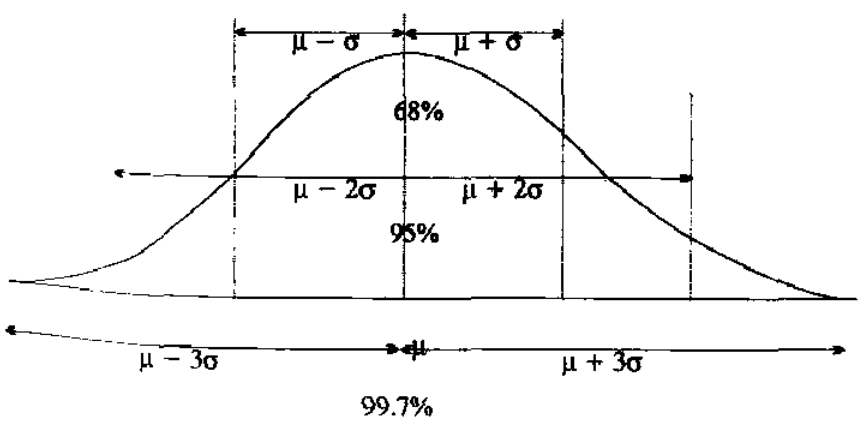
$$Probabilidad = \int_a^b f(x)dx$$



La función de densidad de probabilidad describe la distribución de probabilidad para una variable aleatoria continua. Tiene las siguientes propiedades:

1. El área total bajo la distribución de densidad es 1.
2. La probabilidad entre *a* y *b* es el área bajo la curva entre *a* y *b*.
3. La función de probabilidad es siempre positiva o cero.

Para una distribución normal, las probabilidades para ciertos rendimientos alrededor de la media son conocidas. El área dentro de una desviación estándar de la media cubre aproximadamente 68% de los rendimientos posibles. Dos desviaciones estándar de la media cubren aproximadamente 95% de los rendimientos posibles y tres desviaciones estándar de la media cubren aproximadamente 99.7% de la media.



2.8 Distribución normal estandarizada

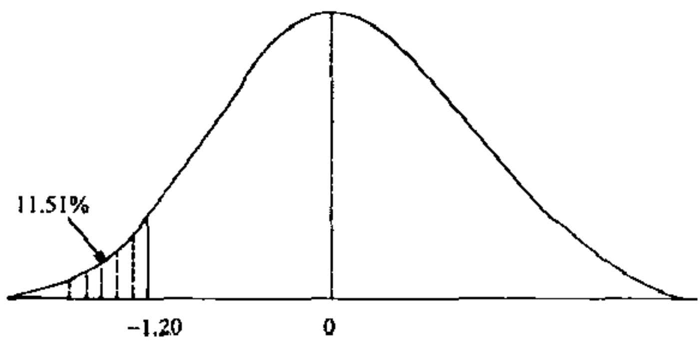
Se define a una curva normal estandarizada, como aquella que tiene una media igual a cero y una desviación estándar de uno: $N(0,1)$. Para transformar una curva normal a una estandarizada se debe encontrar un valor de Z, que es la variable normal estandarizada dada por:

$$Z = \frac{R_i - \mu}{\sigma}$$

Por ejemplo, si se desea conocer la probabilidad de que un portafolios registre un rendimiento de −2%, siendo que el rendimiento promedio es del 0.11%, y una volatilidad de 1.76%, el valor estándar de la curva normal es:

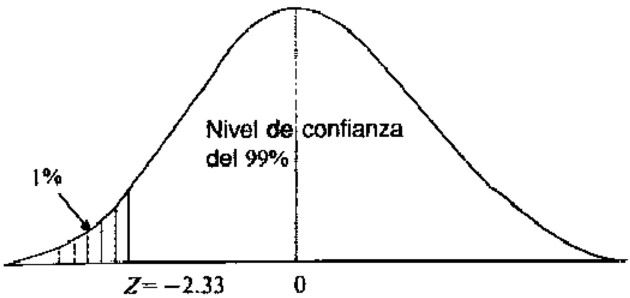
$$Z = \frac{-2\% - 0.11\%}{1.76\%} = -1.20$$

Una vez calculado el valor estándar de la curva normal, es posible calcular el área bajo la curva de la cola inferior. Los libros de matemáticas y estadística contienen una tabla para determinar probabilidades de colas inferiores. En las tablas se observa que para una Z de −1.20 corresponde una probabilidad de cola inferior del 11.51%.[4]



Por otra parte, los administradores de riesgos prefieren determinar un nivel de confianza o probabilidad y a partir de éste definir el rendimiento asociado a esa probabilidad. Usualmente el nivel de confianza se ubica en 95 o 99%. En estos casos, el área bajo la curva normal corresponde a 1.65 y 2.33 desviaciones estándar respectivamente.[4]

Tomando como base el ejemplo anterior, se desea calcular el rendimiento de la cola inferior que se encuentre asociado a un 99% de nivel de confianza o probabilidad:



$$Z = \frac{R_i - \mu}{\sigma}$$

Despejando:

$$R_i = \mu + Z\sigma$$
$$R_i = 0.11\% + (-2.33)(1.76\%)$$
$$R_i = -3.99\%$$

Esto significa que el rendimiento futuro será menor a − 3.99% con una probabilidad del 99% mientras que existe 1% de probabilidad de que dicho rendimiento negativo sea mayor a 3.99%.

Notas

1. El concepto de rendimiento anualizado se explica con más detalle en el capitulo 5, en el tema de tasas de interés.
2. La fórmula que se enuncia corresponde a la volatilidad histórica. Sin embargo, existen otras formas más eficaces para calcular la volatilidad, las cuales se describen en el capítulo 3.
3. Para mayor detalle véase el artículo de Jarque-Bera: *A Test for Normality of Observations and Regression Residuals*, publicado por *International Statistical Review* (1987), pp. 163-172.
4. Consulte las tablas de una curva de distribución normal en libros de estadística tradicionales. También pueden obtenerse en excel de Microsoft.

CAPÍTULO 3

La volatilidad

Sin lugar a dudas, el análisis de la volatilidad y el diseño de modelos para su pronóstico es una de las ramas de las finanzas más explorada en los años recientes. Debido a ello existe un gran acervo de artículos sobre el particular.

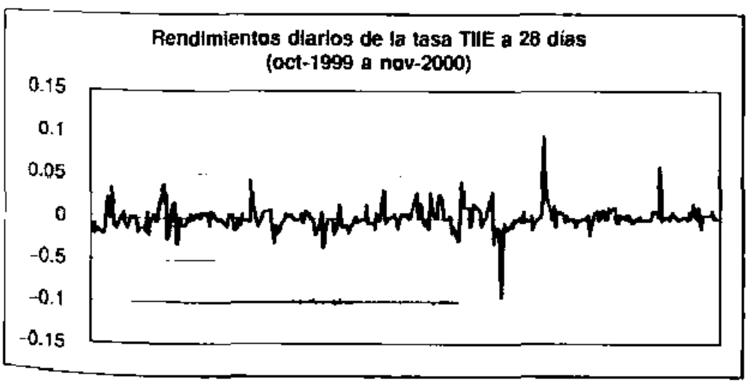
La volatilidad es la variable más importante para determinar el valor en riesgo (VaR) de un portafolios de activos. Existen muchas metodologías para determinar esta variable. En este capítulo se explican las más utilizadas en la práctica profesional.

La volatilidad

La volatilidad es la desviación estándar (o raíz cuadrada de la varianza) de los rendimientos de un activo o un portafolios. Es un indicador fundamental para la cuantificación de riesgos de mercado porque representa una medida de dispersión de los rendimientos con respecto al promedio o la media de los mismos en un periodo determinado.

La mayor parte de los rendimientos se sitúan alrededor de un punto (generalmente el promedio de los rendimientos) y poco a poco se van dispersando hacia las colas de la curva de distribución normal. Ésa es la medida de volatilidad.

En la siguiente gráfica se puede observar el comportamiento diario de los rendimientos de las tasas de interés (tasa de interés interbancaria de equilibrio TIIE a 28 días) de octubre de 1999 a noviembre del 2000. Observe que la serie de tiempo no es constante en algunos periodos y, por tanto, se dice que la serie es heteroscedástica, ya que la volatilidad (o la varianza) es variable en el tiempo. Es decir, que en los mercados financieros, a periodos de calma y estabilidad, les siguen periodos de turbulencia.



Es importante señalar que no es lo mismo la volatilidad de rendimientos de precios que la volatilidad de tasas de interés. La fórmula siguiente puede utilizarse para convertir la volatilidad de tasas de interés a volatilidad de precios:

$$\text{Volatilidad de precios } (\sigma_p) = \frac{\Delta P}{\Delta r} \times r \times \sigma_r \text{ (volatilidad de tasas)}$$

Donde $\frac{\Delta P}{\Delta r}$ es la sensibilidad del precio de un bono a un cambio en las tasas de interés (más adelante se retoma este concepto como *duración*).

Por ejemplo, si se desea calcular la volatilidad de los precios de Cetes a 91 días y la volatilidad de tasas es del 20% anual, la última tasa de Cetes a 91 días es del 15% y la sensibilidad del precio cuando las tasas cambian en 1% es de 0.24 (duración).

$$\sigma_p = 0.24 \times 0.15 \times 20\% = 0.72\% \text{ anual}$$

Por lo anterior, existen varias formas de medir y pronosticar la volatilidad; a continuación se exponen cuatro métodos de los más importantes: *a*) volatilidad histórica; *b*) volatilidad dinámica o con suavizamiento exponencial; *c*) volatilidad implícita; y *d*) los modelos Arch y Garch.

3.1 Volatilidad histórica

En este método no se hace énfasis en el pasado inmediato, es decir, todas las observaciones tienen el mismo peso específico y el pronóstico está basado en las observaciones históricas.

Para el cálculo de la volatilidad se utiliza la misma fórmula de la desviación estándar que se estableció en el capítulo anterior, a saber:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(r_i - \mu)^2}{n-1}}$$

A continuación se muestra un ejemplo para el cálculo de la volatilidad histórica considerando únicamente diez días de observaciones:

Volatilidad histórica	
Observaciones	Rendimientos
1	5.20%
2	–3.90%
3	2.50%
4	–4.40%
5	–3.30%
6	1.20%
7	2.45%
8	–4.50%
9	–4.72%
10	1.70%
Desviación estándar =	**3.74%**

En la investigación que se ha realizado para contar con estimadores de la varianza, se ha demostrado que es mejor considerar únicamente el cuadrado de los rendimientos, por lo que una forma más práctica de calcular la volatilidad histórica sería la siguiente:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (r_i)^2}{n}}$$

Lo que recomienda el Banco Internacional de Liquidaciones (BIS) es considerar un horizonte o ventana de 250 días de operación (hábiles), equivalentes a un año calendario.

Las covarianzas con este método se estiman como sigue:

$$\sigma_{12} = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_{1,i} r_{2,i}}{n}$$

Obviamente, el hecho de asignar el mismo peso específico a todas las observaciones en la serie de tiempo de rendimientos ha motivado al mercado a aplicar otros métodos, como el suavizamiento exponencial o el Garch, que se detallan posteriormente.

3.2 Volatilidad dinámica o con suavizamiento exponencial

Una manera de capturar el dinamismo de la volatilidad en los mercados es mediante el uso del suavizamiento exponencial de las observaciones históricas durante algún periodo, generalmente anual. Esta metodología le confiere mayor peso a las últimas y más recientes observaciones que a las primeras o más alejadas en el tiempo. Esto representa principalmente una ventaja sobre el promedio simple de las observaciones o volatilidad histórica: la volatilidad dinámica captura rápidamente fuertes variaciones de precios en los mercados debido a su ponderación, y por ello es posible generar mejores pronósticos en épocas de alta volatilidad.

Partiendo del supuesto de media de los rendimientos igual a cero,[2] y como ya se señaló anteriormente, la volatilidad histórica es como sigue:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{T}\sum_{i=0}^{T} r_{t-i}^2$$

Asignamos al cuadrado de los rendimientos un peso específico w:

$$\sigma_t^2 = \sum_{i=1}^{T} w_i r_{t-i}^2$$

Si hacemos que $w_i = \lambda^{i-1}(1-\lambda)$ donde $0<\lambda<1$ entonces tendremos la siguiente expresión:

$$\boxed{\sigma_t^2 = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{T} \lambda^{i-1} r_{t-i}^2}$$

Este modelo depende de un parámetro λ que se encuentra entre 0 y 1, conocido como factor de decaimiento (*decay factor*). Este parámetro determina los pesos que se aplican a las observaciones y la cantidad efectiva de datos que se utilizan para estimar la volatilidad. Mientras más pequeño es λ, mayor peso tienen los datos más recientes. Así, si $\lambda = 1$ el modelo se convierte en la volatilidad histórica con pesos uniformes a todas las observaciones, es decir, dado que una observación hace *n* dias es multiplicada por λ^{n-1} y éste es un factor muy pequeño en la medida en que la *n* es grande, menos peso tienen las observaciones más lejanas.

A continuación se muestra un ejemplo para el cálculo de la volatilidad con suavizamiento exponencial:

Volatilidad dinámica:	$\lambda = 0.90$			
Observaciones	Rendimientos	A = lambda^(i–1)	B = Rend^2	A × B
1	5.20%	1.0000	0.0027	0.0027
2	–3.90%	0.9000	0.0015	0.0014
3	2.50%	0.8100	0.0006	0.0005
4	–4.40%	0.7290	0.0019	0.0014
5	–3.30%	0.6561	0.0011	0.0007
6	1.20%	0.5905	0.0001	0.0001
7	2.45%	0.5314	0.0006	0.0003
8	–4.50%	0.4783	0.0020	0.0010
9	–4.72%	0.4305	0.0022	0.0010
10	1.70%	0.3874	0.0003	0.0001
			Suma:	0.0091
	Desviación estándar = 3.02%			

El modelo descrito con anterioridad se puede expresar también mediante un tipo recursivo de la siguiente manera:

$$\sigma_{t+1}^2 = (1-\lambda) r_t^2 + \lambda \sigma_t^2$$

Por lo tanto, cuando se haga referencia a la volatilidad recursiva, es preciso recordar que es equivalente a la expresión de volatilidad dinámica.

Las observaciones históricas que recoge el modelo de suavizamiento exponencial, según *riskmetrics*,[3] son las siguientes:

Días de datos históricos para un nivel de tolerancia

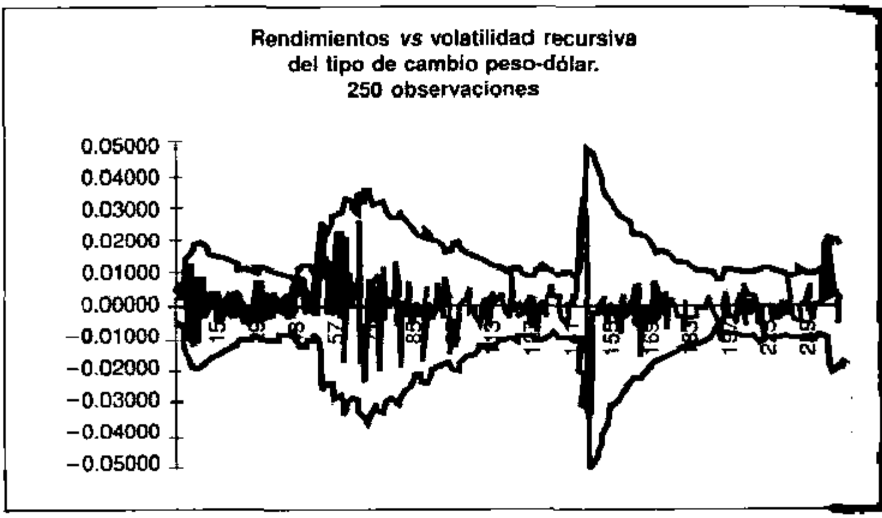
λ	**0.001%**	**0.01%**	**0.1%**	**1%**
0.90	109	87	66	44
0.94	186	149	112	74
0.96	282	226	169	113
0.97	378	302	227	151
0.98	570	456	342	228

El nivel de tolerancia está dado por:

$$NT = \lambda^K$$

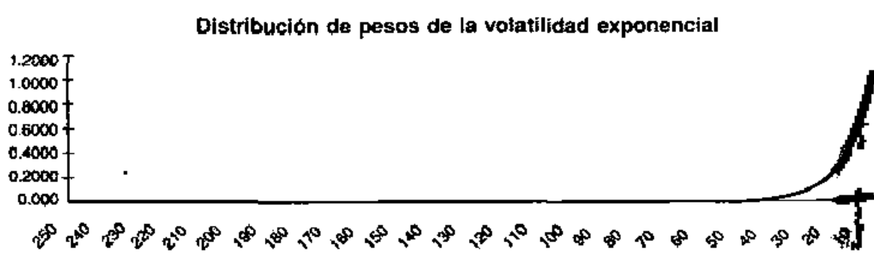
Este nivel de tolerancia es una medida que permite saber para cierto nivel de lambda cuántas observaciones se están considerando para el cálculo de la volatilidad.

Como ejemplo de la volatilidad dinámica o recursiva se obtuvieron datos de 250 días del tipo de cambio peso-dólar. Se calcularon los rendimientos diarios y fueron afectados por una λ de 0.90.



Como se puede observar en la gráfica, este modelo captura rápidamente el di*namismo de los rendimientos en el tiempo* y es un buen pronóstico de volatilidad en un día, especialmente cuando existe alta volatilidad en los mercados.

Por otra parte, a continuación se presenta una gráfica en donde se aprecia el peso específico que tienen las observaciones para el cálculo de la volatilidad con un factor de decaimiento de 0.90 y con un nivel de tolerancia del 1%; sólo se consideran los 44 datos más recientes.



Método RMSE (*Root Mean Squared Error*)

Este método permite determinar una lambda óptima que minimice el error pronosticado de la varianza. El error está dado por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[r_{t+1}^{2} - \sigma_{t+1}^{2}(\lambda)\right]^{2}}$$

La estimación para el factor lambda se basa en encontrar el menor *RMSE* para diferentes valores de dicha lambda, es decir, se busca el factor *decay* que produzca la mejor estimación (que minimice la medida del pronóstico).

A continuación se muestra un ejemplo con diez observaciones (precios de acciones) en donde se aplica el método descrito (para el proceso de optimización se utilizó el *solver* de Excel):

Cálculo de lambda óptima con el método *RMSE* (Root Mean Squared Error)

RMSE = 0,00200

Lambda óptima = 0 718534

	1	2	3	4	5	6		7	
Días	Precios	Rendimientos	Rend^2	Lamda^(t-1)	(3)*(4)	Varianza	Desv. est.	(6)*Lambda	(3)-(7)^2
1	$30.0								
2	$31.0	3.28%	0.00108	0.71853	0.00077	0.00022	1.47%	0.000156242	0.00000
3	$33.5	7 76%	0.00602	0.51629	0.00311	0.00109	3.30%	0.000784335	0.00003
4	$31 5	6.16%	0.00379	0.37097	0.00141	0.00149	3.86%	0.001068639	0.00001
5	$30.0	-4 88%	0.00238	0.26656	0.00063	0.00167	4.08%	0.001196968	0.00000
6	$30 5	1.65%	0.00027	0.19153	0.00005	0.00168	4.10%	0.001207551	0.00000
7	$31 0	1 63%	0.00026	0.13762	0.00004	0.00169	4.11%	0.00121491	0.00000
8	$32 0	3 17%	0.00101	0.09888	0.00010	0.00172	4.15%	0.001236069	0.00000
9	$33 0	3.08%	0.00095	0.07105	0.00007	0.00174	4.17%	0.001248675	0.00000
10	$33.5	1.50%	0.00023	0.05105	0.00001	0.00174	4.17%	0.00125101	0.00000
				Suma:	0.00619			Suma.	0.00004

3.3 Volatilidad implícita

Esta volatilidad no se basa en considerar observaciones históricas sino en observar la volatilidad existente en el mercado de opciones. La manera de calcularla es observando el precio de la prima de las opciones en el mercado y sustituyendo este valor en la fórmula de Black-Scholes que se detalla en el capítulo 6. Una vez hecha la sustitución se "despeja" el valor de la volatilidad de dicha fórmula.

La volatilidad implícita es muy confiable cuando el mercado de opciones del subyacente tiene suficiente liquidez. Sin embargo, en la práctica enfrentamos el pro-

blema de que no todos los subyacentes tienen contratos de opciones y, por lo tan
son muy pocos los casos en los que se puede calcular la volatilidad implícita.

3.4 Series de tiempo para modelar volatilidad

Al estudiar series de tiempo, es importante identificar tendencias (cambios en media en periodos largos), efectos estacionales (periodicidades), efectos cícli (cambios fácilmente predecibles), fluctuaciones irregulares (cambios en la varian y fluctuaciones puramente aleatorias.

Una vez identificados los efectos mencionados, podríamos descomponer una rie de tiempo en sus componentes principales, por ejemplo: $x_t = T_t + S_t + I_t$, donde partes de la serie de tiempo son, respectivamente, una tendencia, un componente pe riódico y una parte irregular. Así, por ejemplo, podemos tener que una serie de tiem po consta de tres elementos, cada uno con su ecuación, a saber: $T_t = 1 + 0.$

(tendencia), $S_t = 1.6\,\mathrm{sen}\left(\frac{t\pi}{2}\right)$ (componente periódico o cíclico) e $I_t = 0.7\, I_{t-1} +$

(componente irregular, donde ε_t es una variable aleatoria).

Para modelar series de tiempo econométricas (con un componente estocást es necesario que éstas tengan un comportamiento estacionario, es decir, que la me dia no dependa del tiempo (que sea constante), lo que implica que aun cuando d rante cierto periodo de tiempo el proceso se aleje de la media, éste siempre regre a la vecindad de la misma (concepto de regresión a la media). Por tanto, es neces remover o quitar los efectos mencionados (tendencias, periodicidades y ciclos) par trabajar con una serie estocástica y estacionaria.

Por otra parte, al estudiar series de tiempo se tiene muchas veces el proble de heteroscedasticidad, es decir, que la varianza de la serie no es constante en el tiem po. Por ejemplo, en series económicas y financieras es frecuente observar perio de volatilidad alta seguidos de otros de tranquilidad. En estos casos es difícil filt o transformar para lograr convertir a la serie de tiempo original en una homosced (varianza constante). Una alternativa es aplicar el método Arch o Garch.

Estos modelos fueron propuestos por Engle en 1982.[4] Para entender estos mo delos, es necesario recordar los modelos autorregresivos (AR), de promedios mó les (MA) y los llamados ARMA (que son una combinación de ambos).

Procesos autorregresivos

Si z_t es un ruido blanco o variable aleatoria que se distribuye $N(\mu, \sigma_z^2)$, el proce definido por:

$$x_t = a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + a_3 x_{t-3} + \dots\dots\dots + a_p x_{t-p} + z_t$$

se denominará *autorregresivo de orden p* y se denotará como $AR(p)$. Note que la variable en estudio (en nuestro caso la volatilidad) depende de la misma variable pero rezagada en el tiempo y de un choque aleatorio que es la parte estocástica de la ecuación. Para modelar una serie de tiempo como un proceso autorregresivo se tienen que contestar dos preguntas básicas: ¿cómo se estiman los parámetros a_i del proceso?, y ¿cuál es el orden del proceso (es decir, el valor de p)?

Para determinar los parámetros del proceso se pueden aplicar tres metodologías: mínimos cuadrados, modelo de regresión común o las conocidas ecuaciones de Yule-Walker, que se encuentran en cualquier libro de series de tiempo o de econometría. Los tres métodos darán estimadores similares. Lo que comúnmente se hace en la práctica es apoyarse en algún paquete de cómputo especializado en econometría, como *E-views*, el cual plantea una ecuación de máxima verosimilitud y su resolución para obtener los coeficientes a_i.

Por otra parte, para determinar el orden del proceso autorregresivo, una herramienta muy útil es lo que se conoce como correlograma, es decir, la gráfica de los coeficientes de autocorrelación r_k contra los rezagos k. El análisis de estas gráficas es fundamental para modelar procesos autorregresivos, pues permite identificar la estructura de correlación implícita en la serie de tiempo que indica el grado de dependencia lineal de cada dato con los que le preceden. De la interpretación del correlograma se desprende qué tipo de modelo podemos aplicar a una serie de tiempo. Los coeficientes de autocorrelación al rezago k se determinan de la siguiente manera:[5]

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k}(x_i - \bar{x})(x_{i+1} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

En un correlograma, los valores de los coeficientes de autocorrelación deben decrecer exponencialmente (si la serie es estacionaria). En general no es trivial la interpretación del correlograma. Saber la teoría para las series estacionarias es muy útil, y la experiencia también ayuda.

En la práctica, cuando se observa el correlograma de una serie de tiempo (IPC, tasas de interés, volatilidad, etc.), los coeficientes de autocorrelación tienden a cero de una manera bastante lenta, lo cual es un fenómeno típico de las series de tiempo no estacionarias. Para solucionar este problema y convertir en estacionarias a series que originalmente no lo son, se debe transformar la serie de tiempo en una que contemple diferencias entre las observaciones un número apropiado de veces (no importa que se pierdan automáticamente algunas observaciones) y trabajar con dicha serie transformada que ya debería ser estacionaria.

Para determinar el orden del proceso autorregresivo, además del análisis del correlograma que considera el comportamiento de los coeficientes de autocorrelación, es necesario utilizar otro instrumento: los coeficientes de autocorrelación parcial. Lo importante de esta función es que se puede mostrar que en un proceso $AR(p)$ la gráfica de las autocorrelaciones parciales se "corta" después del rezago p. Así pues, al observar este gráfico y el punto donde ya los valores son muy pequeños (dentro de la banda de $\pm\frac{2}{\sqrt{n}}$), se tendrá una estimacion del valor de p que se debe tomar para ajustar el modelo autorregresivo. En otras palabras, el número de autocorrelaciones parciales distintas de cero indica el orden del proceso AR. El paquete *E-views* proporciona ambos correlogramas: el de los coeficientes de autocorrelación y el de autocorrelación parcial.

Modelo de promedios móviles

Un proceso será de promedios móviles $MA(q)$ si se expresa de la siguiente manera:

$$x_t = z_t + \beta_1 z_{t-1} + \beta_2 z_{t-2} + \dots\dots + \beta_q z_{t-q}$$

donde z_t es un ruido blanco que se distribuye como $N(0, \sigma^2)$. Al igual que en un proceso $AR(p)$, el interés se centra en estimar el proceso q y los parámetros β_i.

La estimación de las betas es más difícil que en el proceso autorregresivo, ya que no es posible encontrar estimadores explícitos eficientes y se tienen que usar iteraciones numéricas. Por lo cual es conveniente *invertir* el proceso de promedios móviles a uno autorregresivo. La invertibilidad del proceso se realiza mediante un procedimiento propuesto por Box y Jenkins, que utilizan los paquetes de cómputo especializados, pues son métodos iterativos que pretenden minimizar la suma de los cuadrados de los residuales.

Para determinar el orden del proceso de promedios móviles, lo mejor es observar el punto donde se "cortan" los coeficientes de autocorrelación en el correlograma. La gráfica de autocorrelación parcial decrecerá exponencialmente y no es de utilidad para determinar q.

Modelos autorregresivos y de promedios móviles (ARMA)

Estos modelos son una combinación de un $AR(p)$ y un $MA(q)$ y tienen la forma:

$$x_t = \mu + \sum_{i=1}^{p} a_i x_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j z_{t-j}$$

A este proceso se le denomina autorregresivo y de promedios móviles de orden (p, q) y será denotado por ARMA (p,q).

Si se usa el proceso de diferenciación d de la serie de tiempo para convertir a la serie original en una estacionaria, entonces al proceso se le denomina autorregresivo y de promedios móviles integrado y se denota como ARIMA(p,d,q).

Para modelar una serie de tiempo como un proceso ARMA(p,q) o ARIMA(p,d,q) se debe cumplir:

1. La serie en estudio para aplicar el modelo debe ser estacionaria (los coeficientes de autocorrelación en el correlograma deben decrecer rápidamente).
2. Todos los parámetros seleccionados deben ser estadísticamente significativos.
3. El modelo ajustado debe ser el mejor de otros posibles.

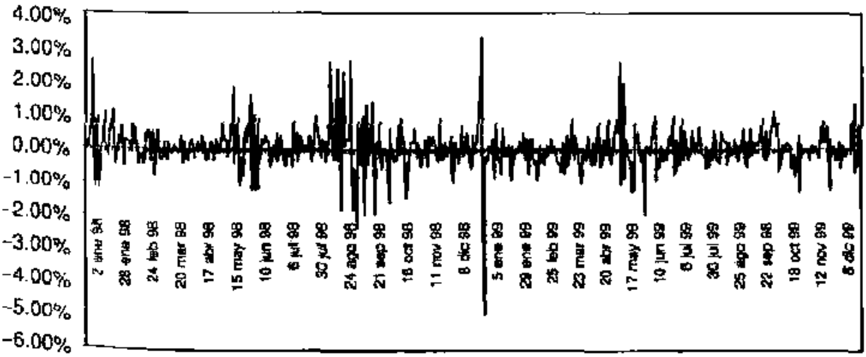
Es importante señalar que aumentar p o q no siempre provoca que el modelo mejore y probablemente tendrá un efecto sobre las predicciones, por lo que es importante buscar el mejor modelo ajustado. Un criterio importante es que debe disminuirse al mínimo el número de parámetros del modelo (principio de parsimonia), de tal suerte que sólo estén los necesarios.

3.5 Modelos Arch y Garch

Generalmente se supone que la varianza de una serie cronológica es constante (homoscedasticidad), y el serlo es una condición necesaria para que una serie de tiempo sea estacionaria. Sin embargo, como ya se mencionó, en ocasiones no es así; en particular tratándose de la volatilidad se presenta muy frecuentemente el fenómeno de heteroscedasticidad, es decir, la varianza de la serie tiene cambios sistemáticos en el tiempo. Algunas veces es posible estabilizar la varianza aplicando algunas transformaciones o filtros, por ejemplo, si la varianza crece linealmente en función del tiempo, al aplicar logaritmos se puede resolver el problema. Pero en la mayor parte de las series de tiempo financieras el problema de heteroscedasticidad es mucho más complejo. La volatilidad es un fenómeno en el que se presentan periodos de alta turbulencia seguidos de periodos de calma.

A continuación se observa una gráfica de los rendimientos del tipo de cambio diarios durante 1998 y 1999, en la que se puede apreciar el fenómeno de heteroscedasticidad, es decir, que la volatilidad no es constante en el tiempo.

Rendimientos del tipo de cambio peso/dólar 1998-1999



Para estos casos donde persiste la heteroscedasticidad, se utilizan los modelos Arch (Autoregresive Conditionally Heteroscedastic) y Garch (generalización de los modelos Arch).

Los modelos Arch (autorregresivo y condicional heteroscedástico), están diseñados especialmente para modelar y pronosticar volatilidad. Son muy utilizados por analistas de series de tiempo y administradores de riesgos. Su éxito se debe a que el pronóstico de la volatilidad captura en gran medida la heteroscedasticidad de la serie de tiempo.

Para comprender mejor este modelo, considérese un modelo autorregresivo de orden uno $AR(1)$:

$$r_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + \varepsilon_t$$

Éste es un modelo conocido en el modelado de series de tiempo, y lo que indica es que la variable r_t es explicada por la misma variable desfasada un periodo, más un error aleatorio ε_t también llamado ruido blanco que se comporta de acuerdo con una distribución normal de media cero y varianza σ^2. Este ruido blanco es denominado *homoscedástico* (es decir, de varianza constante) y en ese caso el modelo sería una regresión ordinaria, pero en el modelo Garch el residual es variable en el tiempo y se tiene que asumir heteroscedasticidad.

Debido a que una serie de tiempo puede tener grados mayores a uno y con el propósito de hacer que el modelo Arch sea más parsimonioso (menos coeficientes), en 1986 y 1988 Bollerslev[6] propuso generalizar el modelo Arch expresando la varianza como un proceso ARMA (autorregresivo y de promedios móviles). A este modelo se le denomina Garch (modelo Arch generalizado); a continuación se presenta el modelo Garch(1,1):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\,\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\,\sigma_{t-1}^2$$

donde σ_t es la varianza *condicional* de los términos ε_t^2. Donde $\omega > 0$ y $\alpha, \beta \geq 0$ son parámetros que aseguran que la varianza es positiva. $\alpha + \beta$ es la llamada *persistencia* y debe ser menor a la unidad. También el hecho de que $\alpha + \beta < 1$ asegura que los pronósticos de volatilidad tienen *reversión a la media*, es decir, que los pronósticos estarán más cercanos al promedio de la volatilidad en el mediano y largo plazos.

Si se compara el modelo de volatilidad dinámica con el modelo Garch se puede observar lo siguiente:

$$\sigma_t = \sqrt{\lambda\,\sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda)\,R_t^2}$$

$$\sigma_t = \sqrt{\omega + \alpha\,\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\,\sigma_{t-1}^2}$$

Se puede observar que β en el modelo Garch es equivalente a λ (factor de decaimiento en volatilidad exponencial y que α en el modelo Garch es equivalente a $1 - \lambda$ en el modelo exponencial. Por tanto, la volatilidad dinámica o exponencial es un caso particular del modelo Garch donde la persistencia es igual a uno y $\omega = 0$.

Finalmente, a continuación se describen los principales pasos del proceso para ajustar una serie de tiempo (en este caso, la volatilidad), a un modelo Arch o Garch:

Proceso para ajustar una serie de tiempo de volatilidad a un modelo Arch o Garch

1. Graficar la serie de tiempo e identificar ciclos, tendencias y factores estacionales deterministas.
2. Mediante una regresión por mínimos cuadrados, determinar el modelo de dichas tendencias deterministas y restárselo a la serie de tiempo original. La idea es trabajar exclusivamente con un proceso estocástico.
3. De ser posible aplicar una prueba de aleatoriedad o de procesos estocásticos (la más conocida es la prueba de Dicky-Fuller).
4. Observar el correlograma de la serie de tiempo original y decidir si es necesario aplicar una o dos diferencias a la serie para hacerla estacionaria (es necesario que los coeficientes de autocorrelación decaigan rápidamente).
5. Ajustar un modelo *ARMA* o *ARIMA* (si se trabaja con la serie diferenciada). Observando el correlograma es factible determinar el grado del proceso *ARMA*, pero deben elegirse solamente aquellos parámetros que sean estadísticamente distintos de cero, aplicando pruebas de hipótesis con 95% de confianza.
6. Una vez que se cuenta con el modelo *ARMA* o *ARIMA*, debe realizarse una prueba que determine la existencia de heteroscedasticidad. Por lo general se aplica la prueba de *residuales al cuadrado.*
7. Si existe heteroscedasticidad, entonces ajustar un modelo Arch o Garch, cuidando que en todo momento los coeficientes tanto del modelo *ARIMA* como del Arch o Garch sean estadísticamente distintos de cero, aplicando pruebas de hipótesis con 95% de confianza.
8. Una vez que se tiene el mejor modelo Arch o Garch, se procede al pronóstico de la volatilidad.

Conclusiones

Como se puede apreciar, el pronóstico de la volatilidad mediante modelos Arch o Garch es complejo y puede ser muy tardado. Por este motivo, se considera que la manera más práctica para enfrentar el cálculo de la volatilidad es mediante el uso de la volatilidad dinámica o exponencial, ya que después de todo se trata de un caso particular de un modelo Garch(1,1).

Sin embargo, tratando de analizar y pronosticar la volatilidad sin restriccion de tiempo y contando con los sistemas de cómputo adecuados, no hay duda de que los modelos Garch son los más poderosos.

Notas

1. Debido a que las series de tiempo en finanzas son de memoria "corta" (la tendencia de los seres humanos a darle más importancia a lo más reciente), la volatilidad histórica no es muy útil en la práctica profesional; se asigna mayor peso a los rendimientos más recientes. Sin embargo, por la facilidad de su cálculo, algunos administradores de riesgos toman en cuenta esta volatilidad.
2. Véase el documento técnico de *Riskmetrics*.
3. Ídem.
4. Para más información véase el artículo de Bera Anil y Higgings Matthew, *survey of ARCH models: properties, estimation and testing*. Journal of Econom Surveys, Vol. 7, No.4 (1993).
5. Guerrero, Víctor. *Series de tiempo*. Universidad Metropolitana.
6. Consulte el libro *Volatility: New estimation techniques for pricing derivativ* Editado por Robert Jarrow, Risk books, 1998.

CAPÍTULO 4

Conceptos básicos del modelo de valor en riesgo

Un paradigma es un modelo que se convierte en norma. El valor en riesgo, conocido como VaR, es el paradigma en la medición de los riesgos de mercado. Es un concepto que se propuso en la segunda mitad de la década de los noventa y hoy lo aplican una cantidad importante de instituciones en México y en el ámbito internacional. En este capítulo se explican las metodologías más comunes para calcular el valor en riesgo, así como las ventajas y desventajas de cada una de ellas.

Conceptos básicos del modelo de valor en riesgo

La metodología de valor en riesgo, promovida y difundida por JP Morgan en 1994, se considera como un nivel de referencia (*Benchmark*) y un estándar en los mercados financieros, lo que permite comparar la exposición de riesgo de mercado entre diversas instituciones.

4.1 Definición del valor en riesgo

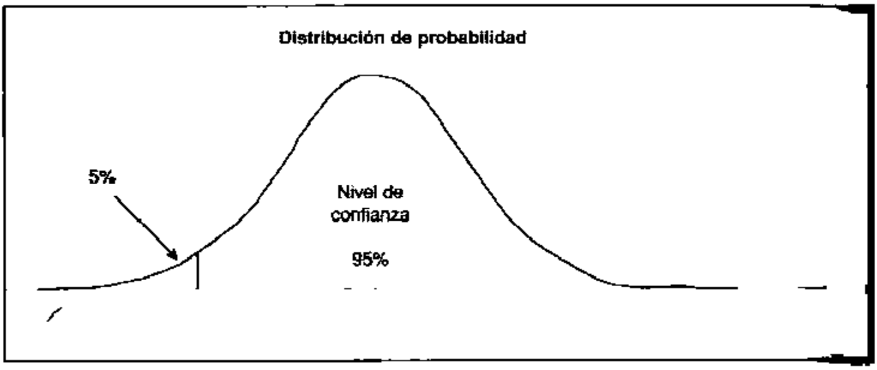
El valor en riesgo (VaR) es un método para cuantificar la exposición al riesgo de mercado por medio de técnicas estadísticas tradicionales.

El valor en riesgo es una medida estadística de riesgo de mercado que estima la pérdida máxima que podría registrar un portafolios en un intervalo de tiempo y con cierto nivel de probabilidad o confianza.

Es importante destacar que la definición de valor en riesgo es válida únicamente en condiciones normales de mercado, ya que en momentos de crisis y turbulencia la pérdida esperada se define por pruebas de *stress* o valores extremos, que se detallan en el capítulo 8.

Para entender este concepto, a continuación se presenta un ejemplo: un inversionista tiene un portafolios de activos con un valor de 10 millones de pesos, cuyo VaR de un día es de $250,000 con 95% de nivel de confianza (significa que la pérdida máxima esperada en un día será $250,000 en 19 de cada 20 días). En otras palabras, sólo un día de cada 20 de operación del mercado (1/20 = 5%), en condiciones normales, la pérdida que ocurrirá puede ser mayor a $250,000.

En una empresa o institución financiera, los miembros del consejo de administración son quienes deben definir dos aspectos fundamentales para el cálculo del VaR: el *nivel de confianza* que desean tener para determinar el VaR, y el *horizonte de tiempo* con que se va a medir. El Banco Internacional de Liquidaciones (BIS) recomienda definir 99% de nivel de confianza y un horizonte de 10 días para los intermediarios financieros. Sin embargo, JP Morgan recomienda 95% de probabilidad en un horizonte de un día, para operaciones en mercados líquidos (*Riskmetrics: daily earnings at risk, DEAR*).[1]



Como se puede observar, el VaR no otorga certidumbre con respecto a las pérdidas que se podrían sufrir en una inversión, sino una expectativa de resultados basada en estadística (series de datos en el tiempo) y en algunos supuestos de los modelos o parámetros que se utilizan para su cálculo.

Por este motivo, las instituciones deben, en adición al cálculo del VaR, complementar su medición de riesgos con otras metodologías, como el análisis de *stress* (valores extremos), las reglas prudenciales, los procedimientos y políticas de operación, los controles internos, los límites y las reservas de capital adecuadas.

4.2 Metodologías para el cálculo del VaR

El Valor en Riesgo se puede calcular mediante dos métodos:

1) Métodos paramétricos.
2) Métodos no-paramétricos.

4.2.1 Métodos paramétricos

Tienen como característica el supuesto de que los rendimientos del activo en cuestión se distribuyen de acuerdo con una curva de densidad de probabilidad normal como se indicó con anterioridad.

Sin embargo, en la práctica se ha observado que la mayoría de los activos no siguen un comportamiento estrictamente normal, sino que son aproximados a la curva normal y, por tanto, los resultados que se obtienen al medir el riesgo son una aproximación.

4.2.1.1 El valor en riesgo de un activo individual

Bajo el supuesto de normalidad y de media de rendimientos igual a cero, el modelo paramétrico que determina el valor en riesgo de una posición es el siguiente:

$$VaR = F \times S \times \sigma \times \sqrt{t}$$

donde:

F = factor que determina el nivel de confianza del cálculo. Para un nivel de confianza de 95%, $F = 1.65$, y para un nivel de confianza de 99%, $F = 2.33$.
S = monto total de la inversión o la exposición total en riesgo.
σ = desviación estándar de los rendimientos del activo.
t = horizonte de tiempo en que se desea calcular el VaR (*holding period*).

Para ilustrar lo anterior, observe el siguiente ejemplo: un inversionista compra 10,000 acciones en el mercado accionario cuyo precio es de \$30 por acción y su volatilidad es de 20% anual (un año consta de 252 días de operación en el mercado, aproximadamente). Se desea conocer el VaR diario de esta posición considerando 95% de confianza.

$$VaR = 1.65 \times \$300{,}000 \times 0.20 \times \sqrt{1/252} = \$6{,}236.41$$

Esto significa que se espera que un día de cada 20, es decir, un día hábil del mes, el inversionista sufrirá una pérdida de \$6,236.41 o más. Esta cifra se puede utilizar como límite para el operador de la posición, como revelación de información de riesgos del portafolios o como margen en contratos de futuros.

4.2.1.2 El valor en riesgo de un portafolios de activos (método de varianza-covarianza o delta-normal)

Para entender este concepto, tómese el caso más sencillo: suponga un portafolios con dos activos riesgosos en cuyo caso se tiene un peso específico del activo 1 en el portafolios, $w1$, y un peso específico del activo 2 en el portafolios, $w2$, de tal suerte que ($w1 + w2 = 1$). De acuerdo con la teoría desarrollada por Markowitz, la varianza del portafolios es:

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2\, w_1 w_2\, \rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$

Donde *rho* es el coeficiente de correlación entre los rendimientos de los dos activos. El VaR del portafolios es:

$$VaR = F\,\sigma_p S\sqrt{t} = F\left[w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2\, w_1 w_2\, \rho_{12}\sigma_1\sigma_2\right]^{1/2} S\sqrt{t}$$

$$VaR = \left[VaR_1^2 + VaR_2^2 + 2\,\rho_{12} VaR_1 VaR_2\right]^{1/2}$$

A este VaR se le conoce también como el VaR diversificado porque toma en cuenta las correlaciones de los rendimientos entre instrumentos. Note que el VaR diversificado es menor que la suma aritmética de los VaR individuales. Para el caso general en el que se tienen más de dos activos en el portafolios, se llega a lo siguiente:

$$VaR_p = F\,\sigma_p S\sqrt{t} = F\left[w\sigma\, C\sigma\, w^T\right]^{1/2} S\sqrt{t} = \left[VaR \times C \times VaR^T\right]^{1/2}$$

Donde VaR es un vector de VaR individuales de dimensiones ($1 \times n$), C es la matriz de correlaciones de dimensiones ($n \times n$) y VaR^T es el vector transpuesto de VaR individuales de dimensiones ($n \times 1$).

Si las correlaciones son menores que uno, entonces el VaR diversificado será menor que la suma de los VaR individuales.

Cuando se trata del cálculo del valor en riesgo de un portafolios de n activos, es necesario utilizar matrices y manipular este tipo de instrumentos. A continuación se explican algunos conceptos relacionados con las matrices.

Manipulación de matrices

Una matriz es un arreglo de números compuesto de renglones y columnas. Cuando el número de renglones y columnas coinciden, se le denomina matriz cuadrada. Un ejemplo es:

$$A = \begin{bmatrix} 17 & 3 & 8 \\ 3 & 9 & 6 \\ 8 & 6 & 12 \end{bmatrix}$$

Al conjunto de datos compuesto por 17, 9 y 12 se le conoce como *la diagonal* de la matriz, y este concepto se utiliza en matrices cuadradas.

Una matriz simétrica es aquella en que los elementos que no pertenecen a la diagonal tienen su reflejo o se repiten separados por dicha diagonal. La matriz señalada anteriormente es un ejemplo de simétrica. Note que el número 6 del tercer renglón, segunda columna, es el mismo 6 del segundo renglón, tercera columna.

Si una matriz tiene n renglones y m columnas, se dice que tiene un orden $n \times m$. Por ejemplo, la matriz A tiene un orden de 3×3 (primero renglones y después columnas). El orden de la matriz se escribe usualmente debajo de la letra que la denota, por ejemplo $\underset{(3\times 3)}{A}$.

Una matriz muy importante en la medición de riesgos es la llamada matriz de varianza-covarianza. La diagonal de la matriz está compuesta por las varianzas y los elementos fuera de la diagonal por covarianzas, a saber:

$$\left[\Sigma\right]=\begin{bmatrix}\sigma_1^2 & \operatorname{cov}(r_1,r_2) & \operatorname{cov}(r_1,r_3) & \operatorname{cov}(r_1,r_4)\\ \operatorname{cov}(r_2,r_1) & \sigma_2^2 & \operatorname{cov}(r_2,r_3) & \operatorname{cov}(r_2,r_4)\\ \operatorname{cov}(r_3,r_1) & \operatorname{cov}(r_3,r_2) & \sigma_3^2 & \operatorname{cov}(r_3,r_4)\\ \operatorname{cov}(r_4,r_1) & \operatorname{cov}(r_4,r_2) & \operatorname{cov}(r_4,r_3) & \sigma_4^2\end{bmatrix}$$

Otra matriz interesante es la llamada de correlación, denotada por C. La diagonal de la matriz está compuesta por *unos* y los elementos fuera de la diagonal son los llamados coeficientes de correlación, que se obtienen mediante la siguiente expresión:

$$\rho_{ij}=\frac{\operatorname{cov}(r_i,r_j)}{\sigma_i\sigma_j}\quad \text{Matriz de correlación: } \left[C\right]=\begin{bmatrix}1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14}\\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \rho_{24}\\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 & \rho_{34}\\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & 1\end{bmatrix}$$

A una matriz que tiene *unos* en la diagonal y *ceros* en los elementos que están fuera de la diagonal, se le denomina matriz identidad (normalmente se denota como I). Por otra parte, a una matriz que contiene sólo una columna o sólo un renglón, se le denomina vector.

En métodos multivariados es necesario considerar simultáneamente dos matrices que tengan los mismos elementos, pero donde los renglones de una matriz coincidan con el número de columnas de la otra. En este caso a una matriz se le denomina la transpuesta de la otra. Por ejemplo:

$$B=\begin{bmatrix}3 & 9\\ -5 & 2\\ 1 & -8\end{bmatrix}\ \text{La matriz transpuesta de } B\text{, que denotaremos } B^T\text{, es}\begin{bmatrix}3 & -5 & 1\\ 9 & 2 & -8\end{bmatrix}$$

En los modelos multivariados, las matrices se consideran como entidades equiparables a los números en la conocida aritmética escalar. Por tanto, las matrices pueden ser sumadas, restadas o multiplicadas, pero deben seguirse reglas específicas para realizar estas operaciones. Para sumar o restar matrices, éstas deben ser del mismo orden; simplemente se suma o resta elemento por elemento, por ejemplo:

$$\underset{(2\times 2)}{X}=\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \text{ y } \underset{(2\times 2)}{Y}=\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \text{entonces } \underset{(2\times 2)}{X+Y}=\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Dos matrices, A y B, se pueden multiplicar sólo si son compatibles; esto significa que para encontrar el producto $A \times B$, el número de columnas de A debe ser igual al número de renglones de B. Note que si, por ejemplo, el orden de A es de 3×4 y el de B es de 4×5, entonces el orden del producto $A \times B$ será de 3×5.

En la actualidad ya no es necesario conocer los detalles de la multiplicación pues los paquetes de cómputo realizan esta operación. En Excel, por ejemplo, la instrucción es =MMULT(A,B). Sin embargo, es indispensable saber si ambas matrices son compatibles y anticipar el orden del producto.

La división entre matrices es más compleja que la multiplicación. A este proceso se le denomina inversión de matrices. La matriz inversa se denota como A^{-1}. Al igual que en la aritmética escalar, el resultado de la multiplicación de A por su matriz inversa es la matriz identidad: $A \times A^{-1} = I$. Para una matriz de 2×2, la matriz inversa es:

$$\text{Si } A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

entonces

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

donde

$$|A| = ad - bc \neq 0$$

Matriz de varianza-covarianza

Una vez comprendida la manipulación de matrices, es importante saber cómo determinar la matriz de varianza-covarianza.

Sea una matriz cuadrada en la cual la diagonal está compuesta por las volatilidades (desviaciones estándar) de cada activo del portafolios y los elementos fuera de la diagonal sean ceros, a saber:

fuera de la diagonal sean ceros, a saber:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

La matriz de varianza-covarianza denotada por Σ será aquella que se obtiene de multiplicar las siguientes matrices:

$$[\Sigma] = [\sigma][C][\sigma]$$

Donde C es la matriz de correlación explicada anteriormente. Al realizar este producto de matrices tendremos:

$$\left[\Sigma\right] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \rho_{13}\sigma_1\sigma_3 & \rho_{14}\sigma_1\sigma_4 \\ \rho_1^2\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 & \rho_{23}\sigma_2\sigma_3 & \rho_{24}\sigma_2\sigma_4 \\ \rho_{31}\sigma_1\sigma_3 & \rho_{32}\sigma_2\sigma_3 & \sigma_3^2 & \rho_{34}\sigma_3\sigma_4 \\ \rho_{41}\sigma_1\sigma_4 & \rho_{42}\sigma_2\sigma_4 & \rho_{43}\sigma_3\sigma_4 & \sigma_4^2 \end{bmatrix}$$

Utilizando la teoría moderna de portafolios es posible medir el riesgo de mercado de una canasta o portafolios de activos. Para determinar el VaR del portafolios es necesario considerar los efectos de la diversificación con las correlaciones entre los rendimientos de los activos que conforman el portafolios. La metodología que se sigue, también llamada método de matriz de varianza-covarianza o delta-normal, es la siguiente:

$$VaR_p = F \times S \times \sigma_p \times \sqrt{t}$$

$$\sigma_p = \sqrt{[w]^T[\Sigma][w]}$$

$$[\Sigma] = [\sigma][C][\sigma]$$

Donde:

F = factor que define el nivel de confianza.
t = horizonte de tiempo en que se desea ajustar el VaR.
$[w]$ = vector de pesos de las posiciones del portafolios ($n \times 1$).
$[w]^T$ = vector transpuesto de los pesos de las posiciones del portafolios ($1 \times n$).
$[\Sigma]$ = matriz de varianza-covarianza que incluye las correlaciones entre los valores del portafolios ($n \times n$).

$[C]$ = matriz de correlaciones de los rendimientos de los activos del portafolios.
S = valor del portafolios.
σ_p = volatilidad del portafolios (1×1).

A continuación se muestra un ejemplo numérico considerando un portafolios de cinco activos (acciones o divisas), en el entendido de que la matriz de correlaciones, las posiciones y las volatilidades individuales son datos. En este ejemplo se desea conocer el valor en riesgo de un día con un nivel de confianza de 99%:

Ejemplo de valor en riesgo de un portafolios.
Método analítico o delta-normal.

Nivel de confianza	99.0%			Efecto de	
No. de desviaciones estándar	2.326			diversificación	44.1037
Volatilidad del portafolios =		14.48%	anual		
		0.91%	diaria		
Valor en riesgo =		$106.05	diario		

Portafolios:	Vector de posiciones	Volatilidad anual (sigma)		VaR individual	wi
ACTIVO 1	$2,000	20.00%		58.6097	40.00%
ACTIVO 2	$1,500	26.00%		57.1444	30.00%
ACTIVO 3	$500	26.00%		19.0481	10.00%
ACTIVO 4	$300	12.30%		5.4067	6.00%
ACTIVO 5	$700	9.70%		9.9490	14.00%
POSICIÓN NETA =	$5,000		Suma	150.1580	100.00%

Matriz de correlaciones:

	ACTIVO 1	ACTIVO 2	ACTIVO 3	ACTIVO 4	ACTIVO 5
ACTIVO 1	1	0.38	0.43	-0.23	-0.18
ACTIVO 2	0.38	1	0.24	0.65	-0.085
ACTIVO 3	0.43	0.24	1	-0.98	0.72
ACTIVO 4	-0.23	0.65	-0.98	1	0.07
ACTIVO 5	-0.18	-0.085	0.72	0.07	1

Matriz de volatilidades:

	ACTIVO 1	ACTIVO 2	ACTIVO 3	ACTIVO 4	ACTIVO 5
ACTIVO 1	20.00%	0	0	0	0
ACTIVO 2	0	26.00%	0	0	0
ACTIVO 3	0	0	26.00%	0	0
ACTIVO 4	0	0	0	12.30%	0
ACTIVO 5	0	0	0	0	9.70%

Como se puede observar, el valor en riesgo del portafolios es menor que la suma de los valores en riesgo individuales. A esta diferencia se le denomina el efecto de diversificación (parte superior derecha del cuadro: $44.10) y se debe a que los activos presentan correlaciones distintas de cero.

Factores de riesgo

Cuando se tiene un portafolios con instrumentos de diferente naturaleza, es preciso identificar los factores de riesgo, a fin de construir una matriz de varianza-covarianza que refleje los riesgos del portafolios. Un solo factor de riesgo podría representar cientos de activos individuales. Cada activo individual puede ser *mapeado* o descompuesto en uno o más factores de riesgo. En el capítulo 5 se describe con detalle el proceso de mapeo. La definición de factor de riesgo es la siguiente:

> **Factor de riesgo es un parámetro cuyos cambios en los mercados financieros causarán un cambio en el valor presente neto del portafolios.**

En este sentido, los factores de riesgo más comunes son: los precios de las acciones, las tasas de interés, las sobretasas en instrumentos de mercado de dinero, los tipos de cambio, los precios de materias primas (*commodities*), etc.

4.2.1.3 Método paramétrico denominado Simulación Montecarlo

Este método fue propuesto por Boyle[2] y consiste en la generación de números aleatorios (*random*) para calcular el valor del portafolios generando escenarios. Un nuevo número aleatorio sirve para generar un nuevo valor del portafolios con igual probabilidad de ocurrencia que los demás y determinar la pérdida o ganancia en el mismo. Este proceso se repite un gran número de veces (10,000 escenarios) y los resultados se ordenan de tal forma que pueda determinarse un nivel de confianza específico.

La mayor ventaja de utilizar este método es la posibilidad de valuar instrumentos no lineales, como las opciones. Este efecto no se puede obtener en las dos metodologías descritas anteriormente.

Debido a su complejidad, esta metodología se detalla en el capítulo 7.

4.2.2 Método no paramétrico o de simulación histórica

Consiste en utilizar una serie histórica de precios de la posición de riesgo (portafolios) para construir una serie de tiempo de precios y/o rendimientos simulados o hipotéticos, con el supuesto de que se ha conservado el portafolios durante el periodo de tiempo de la serie histórica.

Para aplicar esta metodología se deben identificar primero los componentes de los activos del portafolios y reunir los datos de los precios diarios históricos considerando un periodo que oscila entre 250 y 500 datos. A partir del histograma de frecuencias de los rendimientos simulados se calcula el cuantil correspondiente de dicho histograma (primer percentil si el nivel de confianza es de 99%).

Existen tres tipos de simulación histórica: crecimientos absolutos, crecimientos logarítmicos y crecimientos relativos. A continuación se describen los pasos a seguir en cada uno de estos métodos.

4.2.2.1 Simulación histórica con crecimientos absolutos[9]

Pasos a seguir:

a) Obtener una serie de tiempo de precios de la posición en riesgo (250 a 500 datos).

b) Calcular las pérdidas/ganancias diarias de dicha serie de tiempo mediante la expresión:

$$\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$$

c) Determinar una serie de tiempo de precios simulados sumando a la ΔP al precio más reciente o actual, de acuerdo con lo siguiente:

$$P_i^* = P_0 + \Delta P_i$$

Note que P_0 es fijo para toda la serie de tiempo.

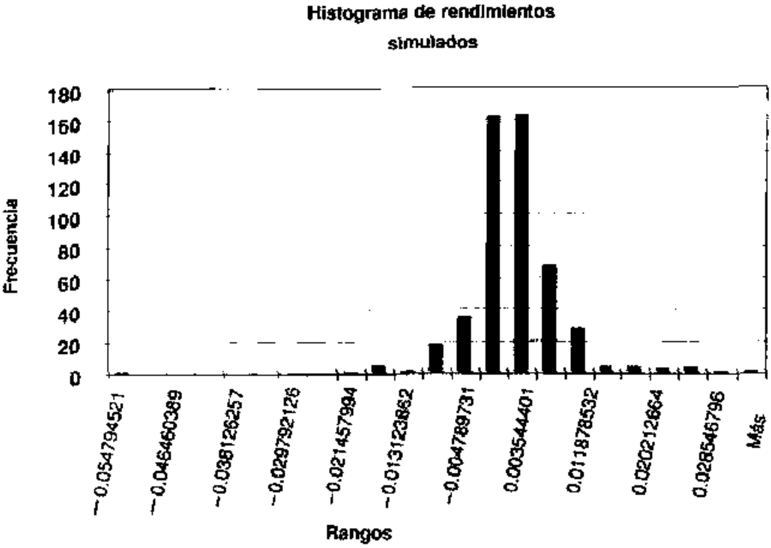
d) Determinar una serie de tiempo de rendimientos simulados, a partir de los precios hipotéticos y referidos a la observación más reciente, como sigue:

$$R_i^* = \frac{P_i^* - P_0}{P_0}$$

e) Calcular el valor en riesgo tomando el percentil (en Excel con la instrucción: Percentile) que está de acuerdo con el nivel de significancia deseado (0.01 si el nivel de confianza es de 99%), del histograma de rendimientos simulados.

f) Note que el valor en riesgo, en este caso, estará dado como rendimiento en porcentaje, por lo que será necesario multiplicar por el valor del portafolios vigente para obtener dicho valor en riesgo en pesos, dólares, etc.

A manera de ejemplo, considere que el histograma que se obtiene para una serie de tiempo de rendimientos simulados del tipo de cambio peso-dólar es el siguiente:



Para determinar el VaR simplemente se calcula el percentil deseado de este histograma.

4.2.2.2 Simulación histórica con crecimientos logarítmicos[4]

Pasos a seguir:

a) Obtener una serie de tiempo de precios de la posición en riesgo (250 a 500 datos).

b) Conseguir los rendimientos de los precios de la siguiente manera:

$$\mathrm{Re}\,nd = Ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

c) Determinar una serie de tiempo simulada de crecimientos de acuerdo con lo siguiente:

$$P' = P_0(1 + rend)$$

d) Obtener una serie de tiempo de pérdidas/ganancias simulada: $P_0 - P'$.

e) Calcular el valor en riesgo tomando el percentil (en Excel con la instrucción: Percentile) que está de acuerdo con el nivel de significancia deseado (0.01 sí el nivel de confianza es de 99%), del histograma de pérdidas/ganancias simulados.

4.2.2.3 Simulación histórica con crecimientos relativos

El procedimiento es semejante al de crecimientos logarítmicos, pero en lugar de obtener dichos rendimientos con el logaritmo del cociente de precios, se obtienen con la siguiente expresión:

$$\operatorname{Re}nd = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

El método de simulación histórica tiene muchas ventajas, entre ellas las siguientes:

a) Es fácil de entender por parte de los ejecutivos que no son expertos en conceptos estadísticos.
b) Es realista, pues se basa en una serie de tiempo de datos reales.
c) No se apoya en supuestos de correlaciones y volatilidades que en situaciones de movimientos extremos en los mercados pueden no cumplirse. Las correlaciones y volatilidades están implícitas en el cálculo del VaR (*full-valuation*).
d) No requiere mapeo de posiciones[5] y no incluye supuesto alguno (inclusive el de la distribución normal).
e) Es aplicable a instrumentos no lineales (opciones).

El la siguiente página se presenta una comparación de valor de riesgo entre simulaciones históricas y métodos paramétricos, con un ejemplo.

4.3 Problemas del VaR

A continuación se enumeran algunos problemas que pueden presentarse en el cálculo del valor en riesgo.

- Puede ser fuertemente dependiente de algunos supuestos, en particular en el comportamiento de las correlaciones y volatilidades.
- Puede haber problemas en la recolección de datos u observaciones.
- El VaR no establece qué hacer con el problema de alta kurtosis (*fat tails*) y, por tanto, no se conoce hasta cuánto podrían llegar las pérdidas en 1 o 5% de las veces.
- Puede haber problemas de interpretación, es decir, puede interpretarse como el peor escenario o la exposición total del riesgo y generar una falsa sensación de seguridad.

Por lo anterior se recomienda que:

- El VaR se use en conjunto con otros métodos, como pruebas de *Stress*.
- Realizar pruebas de retroalimentación con datos reales, *Backtesting*.

Comparación de valor en riesgo entre simulaciones históricas y métodos paramétricos:

Numero de titulos de la acción XYZ =	100,000
Posición en riesgo hoy =	6,368,490.00
Volatilidad histórica de XYZ =	2.09%
Periodo del VaR =	1 dia
Nivel de confianza =	99.0%

VaR paramétrico =	310,126.36
VaR con simulación histórica Crec. absolutos:	$ (287,543.40)
VaR con simulación histórica Crec. logarítmicos:	$ (345,180.03)
VaR con simulación histórica Crec. relativos:	$ (354,724.31)

		Crec. absolutos:				Crec. logarítmicos			Crec. relativos		
Obs.	Fecha	P_t de XYZ	Delta P = P_t-P_{t-1}	P* = Po + Delta P	(P* -Po)/Po	Rend = Ln(P_t/P_{t-1})	P*=Po(1 + r)	Po-P*	(P_t-P_{t-1})/P_{t-1}	P*=Po(1 + r)	Po-p*
1	16-Feb-01	63.7	-0.27	63.4	-0.42%	-0.42%	63.4	0.27	-0.42%	63.4	0.27
2	15-Feb-01	64.0	0.35	64.0	0.55%	0.55%	64.0	-0.35	0.55%	64.0	-0.35
3	14-Feb-01	63.8	-0.01	63.7	-0.02%	-0.02%	63.7	0.01	-0.02%	63.7	0.01
4	13-Feb-01	63.6	-0.69	63.0	-1.09%	-1.09%	63.0	0.69	-1.08%	63.0	0.69
5	12-Feb-01	64.3	0.87	64.6	1.36%	1.36%	64.5	-0.86	1.36%	64.6	-0.87
6	9-Feb-01	63.4	0.13	63.6	0.21%	0.21%	63.8	-0.13	0.21%	63.6	-0.13
7	8-Feb-01	63.3	-0.19	63.5	-0.30%	-0.31%	63.5	0.19	-0.31%	63.5	0.19
8	7-Feb-01	63.5	-0.97	62.7	-1.52%	-1.51%	62.7	0.96	-1.50%	62.7	0.96
9	6-Feb-01	64.5	-0.94	62.7	-1.47%	-1.44%	62.8	0.92	-1.43%	62.8	0.91
10	5-Feb-01	65.4	0.00	63.7	0.00%	0.00%	63.7	0.00	0.00%	63.7	0.00
11	1-Feb-01	65.4	0.44	64.1	0.69%	0.67%	64.1	-0.43	0.66%	64.1	-0.43
12	31-Ene-01	65.0	0.22	63.5	-0.34%	-0.33%	63.5	0.21	-0.33%	63.5	0.21
13	30-Ene-01	65.2	0.99	64.7	1.55%	1.53%	64.7	-0.97	1.54%	64.7	-0.98
14	29-Ene-01	64.2	0.01	63.7	0.02%	0.02%	63.7	-0.01	0.02%	63.7	-0.01
15	26-Ene-01	64.2	1.38	65.1	2.16%	2.17%	65.1	-1.38	2.19%	65.1	-1.40
16	25-Ene-01	62.8	-0.31	63.4	-0.48%	-0.49%	63.4	0.31	-0.49%	63.4	0.31
17	24-Ene-01	63.1	-0.66	63.0	-1.04%	-1.04%	63.0	0.66	-1.04%	63.0	0.66
18	23-Ene-01	63.8	1.07	64.8	1.68%	1.69%	64.8	-1.08	1.70%	64.8	-1.09
19	22-Ene-01	62.7	0.04	63.7	0.06%	0.06%	63.7	-0.04	0.06%	63.7	-0.04
20	19-Ene-01	62.7	0.73	64.4	1.15%	1.17%	64.4	-0.75	1.18%	64.4	-0.76
21	18-Ene-01	61.9	1.16	64.8	1.82%	1.89%	64.9	-1.20	1.91%	64.9	-1.22
22	17-Ene-01	60.8	0.76	64.4	1.19%	1.25%	64.5	-0.80	1.26%	64.5	-0.80
23	16-Ene-01	60.0	0.05	63.7	0.07%	0.08%	63.7	-0.05	0.08%	63.7	-0.05
24	15-Ene-01	60.0	0.31	64.0	0.49%	0.53%	64.0	0.33	0.53%	64.0	-0.34
25	12-Ene-01	59.7	0.00	63.7	0.00%	0.00%	63.7	0.00	0.00%	63.7	0.00
26	11-Ene-01	59.7	1.52	65.2	2.38%	2.58%	65.3	-1.64	2.61%	65.3	-1.66

- Evitar sensaciones de seguridad.
- Revisar datos *sucios* utilizando dos o tres veces desviación estándar para analizar rendimientos anormales.

Notas

1. Véase el documento técnico de *Riskmetrics*.
2. Para más detalles véase el artículo: *Options: A Montecarlo Approach*. Phelim P. Boyle. Journal of Financial Economics 4 (1977), pp. 323-338.
3. Jorion, Philippe. *Value at Risk*. Ed. Irwin (1997).
4. Teoría de Harry Markowitz relacionada con portafolios o carteras de inversión.
5. El mapeo de posiciones se explica con detalle en el capítulo de valor en riesgo en mercado de dinero.

CAPÍTULO 5

El riesgo en mercado de dinero

Una de las aplicaciones más importantes en la medición y control de los riesgos financieros se refiere al cálculo del valor en riesgo con instrumentos que involucran un plazo de vencimiento. Los instrumentos de deuda que se cotizan en el mercado de dinero tienen un plazo de vencimiento y este atributo hace que su medición de riesgos sea más compleja que en el caso de títulos accionarios o monedas.

También se trata el tema de la estructura intertemporal de tasas de interés, el cálculo de tasas *forward* y el procedimiento de interpolación y descomposición de posiciones (mapeo) para la obtención del valor en riesgo en un portafolios de instrumentos de deuda.

El riesgo en mercado de dinero

5.1 Tasas de interés

El concepto de tasas de interés se utiliza normalmente para describir el crecimiento de una ganancia potencial asociada a una cantidad de dinero. Los tipos de tasas de interés que existen y el contexto en que son aplicadas son motivo frecuente de confusión. Por ello es importante dedicar un espacio para entender este concepto.

Es posible definir la tasa de interés como la tasa de crecimiento o decrecimiento del valor de un activo en un periodo de tiempo. Es la medida relativa del valor de un activo entre dos fechas distintas (presente y futuro). Las tasas de interés ayudan a contestar preguntas como: ¿un activo es más valioso hoy o en una fecha futura? o ¿cuál será el valor de un activo dentro de un año?

Las tasas de interés son una medida de la ganancia para quien decide ahorrar hoy y consumir en el futuro. Por ejemplo, un individuo que cuenta con una cantidad de dinero hoy y no necesita destinar sus recursos al consumo, podría prestar su dinero a otro individuo que sí requiere consumir ahora. Ambos pueden acordar el préstamo y fijar un premio o un interés que sería pagado en el futuro. Si el prestamista difiere su consumo, es compensado por el prestatario o acreditado con dicho interés. Éste es el principio que rige la mayor parte de las transacciones financieras.

Los mercados de capitales proveen una mecánica eficiente para transferir capital entre agentes económicos. El prestamista recibe un interés por el uso temporal de su capital. Por ello, la formación eficiente de las tasas de interés para diferentes plazos depende de la eficiencia del mercado de dinero que involucra al prestamista y al prestatario. El depósito en un banco por parte de un ahorrador (prestamista) generará un interés y el banco, en su función de intermediario, destinará esos recursos al otorgamiento de crédito, cobrando al acreditado (prestatario) invariablemente un interés mayor que el pactado con el ahorrador.

A las tasas de interés que los bancos fijan para otorgar créditos se les denomina tasas activas, mientras que a las tasas de interés que se fijan para pagar a los ahorradores, se les denomina tasas pasivas.

Las tasas de interés se pueden transformar de una base a otra mediante la siguiente expresión:

$$\left(1+\frac{r_1}{b_1}\right)^{b_1}=\left(1+\frac{r_2}{b_2}\right)^{b_2}$$

Donde r_1 y r_2 son tasas de interés y b_1 y b_2 son diferentes bases (diversos periodos de reinversión o capitalización de dichas tasas).

Por ejemplo, si la tasa de interés expresada en términos anuales es de 12%, pero se reinvierte trimestralmente, ¿cuál es la tasa de interés expresada en términos anuales pero que se capitaliza semestralmente?

$$\left(1+\frac{0.12}{4}\right)^{4}=\left(1+\frac{r_2}{2}\right)^{2}$$

Despejando r_2 tenemos: r_2 = 12.18%. Por lo tanto, una tasa de interés puede cambiarse de una base a otra. La convención en el mercado de dinero es expresar las tasas de interés en términos anuales. Si se desea determinar la tasa de interés anual efectiva, se tendría un caso particular de la fórmula anterior:

$$\left(1+\frac{r_1}{b_1}\right)^{b_1}=\left(1+\frac{r_2}{1}\right)^{1}$$

$$r_2=\left(1+\frac{r_1}{b_1}\right)^{b_1}-1$$

Donde r_2 es lo que se conoce como la tasa de interés efectiva, es decir, se reinvierte o capitaliza anualmente.

Cuando las tasas de interés se capitalizan continuamente, es decir, a intervalos infinitamente pequeños, se dice que las tasas son continuas y matemáticamente se expresan de la siguiente manera:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}=e^{r}$$

Donde el número e es la base de logaritmos naturales cuyo valor es $e = 2.71828$. Generalizando, para plazos distintos a un año, se tiene que la tasa continua es $e^{rt}-1$.

Por ejemplo, una tasa de interés continua equivalente a la tasa de interés discreta del 10% anual será:

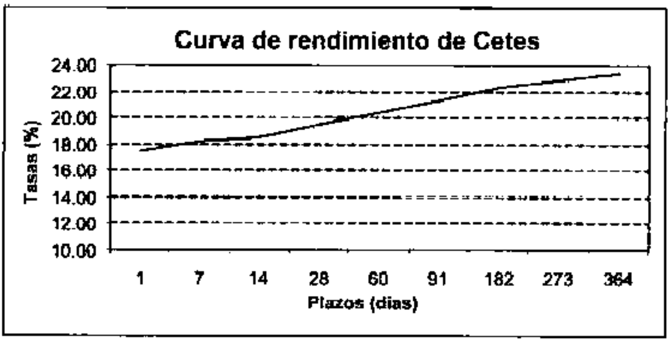
$$e^{0.10(1)} - 1 = 10.5171\% \text{ anual}$$

5.2 Estructura de tasas de interés

En el mercado de dinero se deben manejar con frecuencia diferentes tasas de interés o tipos de tasas de interés expresadas en diversas bases y diferentes plazos. Para que las tasas de interés sean comparables se deben expresar en la misma base y ser del mismo tipo. Cuando esto sucede, es posible obtener una estructura intertemporal de tasas de interés. Es decir, dicha estructura es una manera consistente de mostrar las tasas de interés en diferentes plazos o periodos.

A la gráfica que describe la relación entre las diferentes tasas de interés (rendimientos de instrumentos de mercado de dinero) para diferentes periodos o plazos se le conoce como la curva de rendimientos de tasas de interés (*yield curve*). A continuación se muestra un ejemplo para el caso de Cetes en una fecha determinada:

Plazos	Tasas
1	17.40
7	18.25
14	18.43
28	19.50
60	20.40
91	21.25
182	22.27
273	22.80
364	23.32



Esta gráfica se construye observando las diferentes tasas de rendimientos para cada plazo que se opera en el mercado de dinero. Esta curva es fundamental en la valuación de prácticamente todos los instrumentos de deuda porque cualquier instrumento puede analizarse como una serie de bonos cupón cero. Sin embargo, se debe destacar que esta curva considera rendimientos libres de riesgo de contraparte o de crédito, por lo que para valuar instrumentos que tengan dicho riesgo de contraparte es necesario descontar a valor presente con tasas libres de riesgo al plazo en que paga el cupón más un diferencial (*sobretasa*) que refleje tanto el riesgo de crédito como el riesgo de liquidez del instrumento.

En los mercados desarrollados existen curvas de rendimiento (libres de riesgo) o *yield curve* que presentan plazos hasta de 30 años. En el caso mexicano la mayor liquidez en el mercado de dinero se registra hasta un año. Sin embargo, con la creación de la figura del *Proveedor de precios*, que nació en México a finales del año 2000, actualmente se cuenta con curvas de tasas de rendimiento hasta de cinco años.

Esta curva puede ser creciente o decreciente. Existen tres teorías básicas que explican la forma que puede adquirir dicha curva, a saber: la de expectativas, la de segmentación de mercados y la de preferencia a la liquidez.

La teoría de expectativas consiste en que la estructura de la curva corresponde a las expectativas que tiene el mercado respecto a las tasas de interés futuras. La curva será creciente cuando el mercado espere que las tasas suban y será decreciente si el mercado espera que las tasas bajen.

La teoría de segmentación de mercados asume que los inversionistas operan instrumentos de deuda en ciertos rangos o periodos a efecto de minimizar su riesgo. El riesgo, por tanto, es una barrera de entrada para instrumentos con periodos específicos. Por ejemplo, empresas que tienen que invertir recursos de corto plazo en su tesorería para realizar pagos inmediatos, no invertirán en bonos de largo plazo porque representan mucho riesgo. Esto significa que la estructura de la curva de rendimientos se definirá de acuerdo con la oferta y la demanda de dinero y, por tanto, en función de las necesidades de inversión y de fondeo de cada participante en el mercado.

La teoría de preferencia a la liquidez considera que los inversionistas toman sus decisiones para adquirir bonos en el mercado de deuda en función de su riesgo y rendimiento. Esto es, bonos de largo plazo tendrán más riesgo y, por tanto, los inversionistas exigirán un premio por ese riesgo (mayor rendimiento). El premio por riesgo explica en gran medida que la estructura de la curva de rendimientos sea creciente en la mayor parte de los casos.

Estructura de tasas	*Teoría de expectativas de mercado
	**Teoría de preferencia a la liquidez
	***Teoría de segmentación de mercados
Positiva	*Se espera que las tasas de corto plazo aumenten
	**Premio positivo a la liquidez
	***Exceso de oferta respecto a la demanda en largos plazos
Negativa	*Se espera que las tasas de corto plazo disminuyan
	**Premio negativo (castigo) a la liquidez
	***Exceso de oferta respecto a la demanda en cortos plazos
Horizontal	*Se espera que las tasas de corto plazo permanezcan iguales
	**No hay premio por liquidez
	***Equilibrio entre oferta y demanda en todos los plazos
Jorobada	*Se espera que las tasas de corto plazo aumenten y después disminuyan
	**Premio positivo a la liquidez seguido de premio negativo a la liquidez
	***Exceso de oferta respecto a la demanda en plazos intermedios

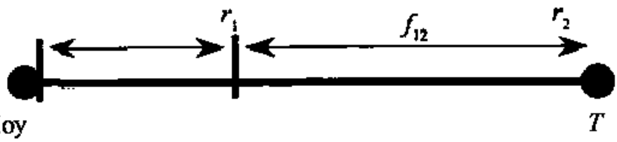
Nota: los asteriscos indican la relación de la estructura de tasas con la teoría correspondiente.

5.3 Tasas de interés futuras o *forwards*

Las tasas de interés futuras o *forwards* son aquellas que reflejan las expectativas del comportamiento de las tasas de interés en el futuro. La pregunta que se debe responder es: ¿podemos utilizar la curva de rendimientos de tasas de interés para inferir las expectativas del mercado respecto de futuras tasas de interés? Para responder dicha pregunta analice el siguiente ejemplo:

Un inversionista desea saber qué alternativa, de las siguientes, es más redituable:

a) Comprar un Cete a un año.
b) Comprar un Cete a seis meses y cuando se cumpla la fecha de vencimiento renovar la inversión comprando otro Cete a seis meses.



El inversionista será indiferente ante las alternativas mencionadas si le proporcionan igual rendimiento o recibe la misma cantidad de dinero al final de ese año. El inversionista conoce la tasa de rendimiento que existirá de aqui a seis meses, pero no sabe qué tasa de rendimiento estará disponible dentro de seis meses y hasta un año.

A la tasa queprevalecerá dentro de seis meses y hasta un año se le conoce como tasa adelantada o *forward rate*. Dada la tasa de Cetes a seis meses y la tasa de Cetes a un año, es posible determinar la tasa que hará indiferente al inversionista entre las dos alternativas descritas. Si el valor nominal de Cetes es de 10 pesos, el inversionista recibirá dicho valor nominal al final del año. Por tanto, el precio (costo) del Cete a un año será:

$$\frac{10}{\left(1+r_2 \times \frac{t_2}{360}\right)}$$

Donde r_2 es la tasa de rendimiento de Cetes a un año. Por otra parte, si el inversionista elige la alternativa *b*, el precio (costo) de su inversión será el siguiente:

$$\frac{10}{\left(1+r_1 \times \frac{t_1}{360}\right)\left(1+f_{12} \times \frac{t_{12}}{360}\right)}$$

Donde r_1 es la tasa de rendimiento de Cetes a seis meses y f_{12} es la tasa futura que prevalecerá dentro de seis meses y hasta un año. El inversionista será indiferente entre las dos alternativas si:

$$\frac{10}{\left(1+r_2\times\frac{t_2}{360}\right)}=\frac{10}{\left(1+r_1\times\frac{t_1}{360}\right)\left(1+f_{12}\times\frac{t_{12}}{360}\right)}$$

Despejando f tenemos:

$$f_{12}=\left[\frac{1+r_2\times\frac{t_2}{Base}}{1+r_1\times\frac{t_1}{Base}}-1\right]\times\left(\frac{Base}{t_{12}}\right)$$

Donde la *Base* se refiere a la convención utilizada en número de días (360 para el caso de México).

Para ilustrar lo anterior utilicemos las tasas de rendimiento siguientes:

Tasa de rendimiento de Cetes a seis meses	= 22.27% anual.
Tasa de rendimiento de Cetes a un año	= 23.32% anual.

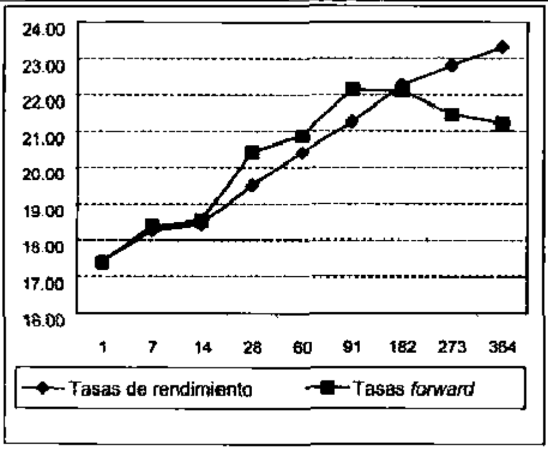
Sustituyendo en la fórmula para determinar la tasa de interés *forward* se obtiene:

$$f=\left[\frac{1+0.2332\times\frac{360}{360}}{1+0.2227\times\frac{180}{360}}-1\right]\times\left(\frac{360}{180}\right)=21.93\%$$

Por tanto, la tasa de interés *forward* en este ejemplo es **21.93%**. Debido a que las tasas de interés *forward* se obtienen a partir de las tasas de rendimientos, también se les conoce con el nombre de tasas *forward* implícitas.

A continuación se muestra una gráfica con ambas curvas: la de rendimientos y la correspondiente de tasas *forward*, calculadas en una fecha determinada.

Plazo (días)	Tasas de rendimiento	Tasas *forward*
1	17.40	17.40
7	18.25	18.38
14	18.43	18.54
28	19.50	20.42
60	20.40	20.87
91	21.25	22.14
182	22.27	22.10
273	22.80	21.45
364	23.32	21.21



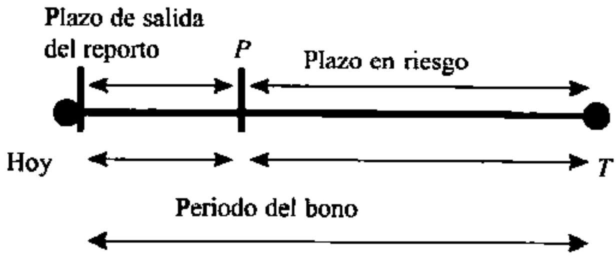
5.4 El reporto

En el mercado de dinero se operan instrumentos de corto plazo con características específicas de liquidez, rendimiento, plazo y riesgo. Por tanto, se han desarrollado modalidades de operación de corto plazo que optimizan estas características a oferentes y demandantes de dinero. Una de esas modalidades es el reporto.

El reporto es una operación de compra-venta de un instrumento en el mercado de dinero. En esta operación una institución financiera acuerda con un inversionista venderle en el presente un instrumento (Cetes, por ejemplo) por un monto determinado, pactando al mismo tiempo su recompra a un plazo determinado (plazo del reporto) y garantizando un rendimiento o premio durante el plazo convenido.

El reporto se entiende también como una operación de préstamo: el inversionista que compra en reporto un bono, en realidad está prestando dinero al vendedor teniendo como garantía el propio bono y al término del plazo del reporto, le regresarán su dinero en efectivo más un premio, a cambio de devolver la garantía o colateral (el bono).

La siguiente figura ejemplifica la operación de un reporto:



Para entender esta figura, vea el siguiente ejemplo: un inversionista institucional (banco o casa de bolsa) participa en la subasta de mercado primario semanal que lleva a cabo el Banco de México y compra Cetes con valor nominal de $10 cada uno, que tienen como plazo 180 días (periodo del bono). Posteriormente, dicho inversionista vende en reporto a otros participantes del mercado tales Cetes a un plazo de salida o del reporto de siete días a una tasa de rendimiento menor que la pactada en la subasta primaria, obteniendo una ganancia por el diferencial entre la compra y la venta.

Debido a que los Cetes regresarán dentro de siete días, el plazo en riesgo para la institución de nuestro ejemplo será de 173 días (el plazo de regreso del bono). En este sentido, el inversionista institucional debe considerar que un reporto implica realizar dos operaciones: una activa (al plazo del bono) y una pasiva (al plazo de salida del reporto).

Cabe señalar que cuando un portafolios de instrumentos de deuda registra operaciones de reporto, deben considerarse los valores presentes de los activos con signo positivo y los pasivos con signo negativo.

5.5 Concepto de duración

El concepto de *duración* es muy útil en mercado de dinero, especialmente como un indicador de riesgo. Su definición es la siguiente: la duración es el cambio en el valor de un bono o instrumento de mercado de dinero (ΔP) cuando se registra un cambio en las tasas de interés del mercado (Δr). Matemáticamente es la derivada del precio del bono con respecto a la tasa de interés. La expresión para determinar la duración se deduce a continuación.

El precio de un bono tiene la siguiente expresión:[1]

$$P=\frac{c_1}{1+r}+\frac{c_2}{(1+r)^2}+\frac{c_3}{(1+r)^3}+\dots+\frac{c_n}{(1+r)^n}+\frac{VN}{(1+r)^n}$$

donde c_i son los cupones del bono, r es la tasa de rendimiento y VN es el valor nominal.

La derivada del precio respecto a la tasa de interés es la siguiente:

$$\frac{dP}{dr}=-\frac{c_1}{(1+r)^2}-\frac{2c_2}{(1+r)^3}-\frac{3c_3}{(1+r)^4}-\dots\dots-\frac{nc_n}{(1+r)^{n+1}}-\frac{n\times VN}{(1+r)^{n+1}},$$

dividiendo la ecuación de ambos lados entre el precio se tiene:

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dr}=-\frac{1}{1+r}\left[\frac{c_1}{1+r}+\frac{2c_2}{(1+r)^2}+\frac{3c_3}{(1+r)^3}+\dots+\frac{nc_n}{(1+r)^n}+\frac{n\times VN}{(1+r)^n}\right]\frac{1}{P}$$

A esta expresión se le conoce con el nombre de *duración modificada*, y a la expresión que se encuentra dentro del corchete multiplicado por $1/P$ se le llama *duración de Macaulay*.[2]

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dr}=-Dur.\ modificada$$

$$\text{Duración modificada}=-\frac{Dur.\ Macaulay}{1+r}$$

o también: $Dur.\ Macaulay=\frac{1}{P}\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{tc_2}{(1+r)^t}+\frac{n\times VN}{(1+r)^n}\right]$

Otra expresión de la duración de Macaulay es la siguiente:

$$D^m=\frac{1+r}{r}-\frac{1+r+[n(C-r)]}{[C((1+r)^n-1)]+r}$$

De la expresión de la duración modificada se puede despejar dP como sigue:

$$\frac{dP}{P}=-Dur.\ modificada\ \times\ dr$$

Esta expresión se puede interpretar también de la siguiente manera:

Cambio (%) del precio = – Dur. modificada × cambio (%) en la tasa de int. × 100

De tal suerte que si las tasas de interés suben 1% (100 puntos base), el bono sufriría una pérdida porcentual igual a la duración modificada:

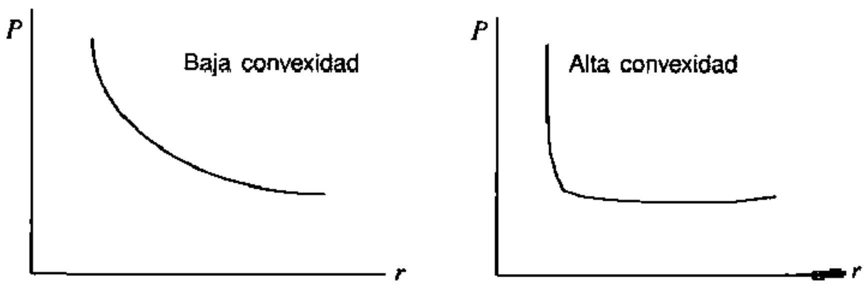
Cambio (%) del precio = − Dur. modificada × .01 × 100 = − Dur. modificada.

Así, la duración modificada se define como el cambio porcentual en el precio del bono, cuando las tasas cambian 1% (100 puntos base). Por ejemplo, si un bono tiene una duración de 3.5 años y las tasas suben 1%, dicho bono sufrirá una pérdida de 3.5%. De esta manera, conociendo la duración modificada del bono, es posible identificar de manera inmediata la pérdida potencial de este instrumento por cada 100 puntos base (1%).

5.6 Concepto de convexidad

La convexidad es una propiedad de los instrumentos de deuda. Cuando los cambios en las tasas de interés son muy pronunciados (alta volatilidad), como en el caso del mercado mexicano, la duración del bono no es suficiente para cuantificar la pérdida potencial derivada de dicha posición. En estos casos es necesario sumar el efecto de la convexidad a dicha pérdida.

Para entender el concepto de convexidad, a continuación se presentan dos figuras; en la primera el bono tiene baja convexidad y en la segunda alta:



Matemáticamente, la convexidad se determina con la segunda derivada del precio del bono respecto a la tasa de interés, de la siguiente manera:

$$C = \frac{1}{P}\frac{d^2 P}{dr^2}$$

Una vez que se aplica la segunda derivada en la fórmula de valuación de un bono y simplificando algebraicamente, se obtiene la siguiente expresión para calcular la convexidad:

$$C = \frac{\left[2C(1+r)^2\left((1+r)^n - \frac{1+r+rn}{1+r}\right)\right] + \left[n(n+1)r^2(r-C)\right]}{r^2(1+r)^2\left[C\left((1+r)^n - 1\right)+r\right]}$$

En el caso de un bono cupón cero ($C = 0$), la expresión de la convexidad se reduce como sigue:

$$C = \frac{n(n+1)}{(1+r)^2}$$

Ejemplo numérico: considere un bono que expira dentro de 26 años, que paga un cupón semestral y cuya tasa cupón es 8% anual y tiene un rendimiento del 6% anual.

Calculando la duración con periodos semestrales se tiene:

$$D^m = \frac{1.03}{0.03} - \frac{1 + 0.03 + \left[52 \times (0.04 - 0.03)\right]}{\left[0.04 \times \left((1.03)^{52} - 1\right)\right] + 0.03} = 25.528$$

Ésta es la duración de Macaulay semestral, por lo que la anual debe dividirse entre 2:

$$\boxed{D^m \text{ anual} = \mathbf{12.76}}$$

Calculando la convexidad con periodos semestrales se obtiene:

$$C = \frac{2 \times 0.04 \times (1.03)^2\left((1.03)^{52} - \frac{1.03 + (0.03 \times 52)}{1.03}\right) + \left[52 \times 53 \times (0.03)^2 \times (0.03 - 0.04)\right]}{(0.03)^2 \times (1.03)^2\left[\left(0.04 \times \left((1.03)^{52} - 1\right) + 0.03\right)\right]} = 93116$$

Ésta es la convexidad semestral. Para obtener la convexidad anual se divide entre el cuadrado de los periodos semestrales. En este caso se divide entre 4:

$$\boxed{\text{Convexidad anual} = \mathbf{232.79}}$$

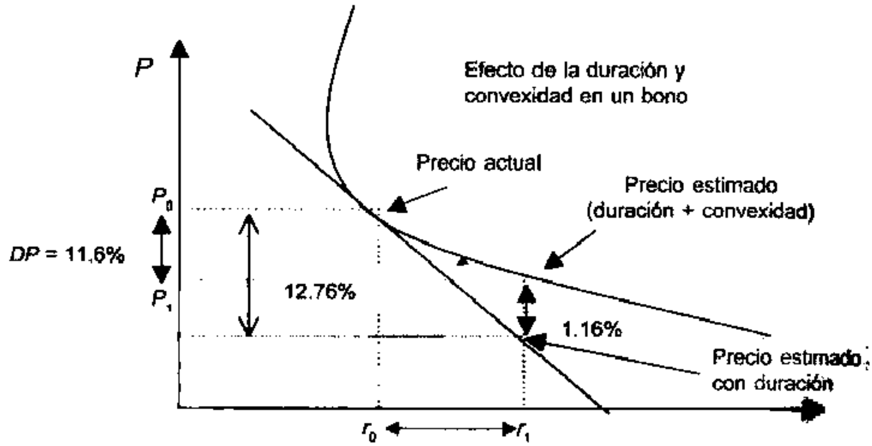
Lo anterior significa que por cada 1% de aumento en la tasa de interés, el cambio en el precio del bono será:

$$\Delta\%P(Duración) = -D^m \times 0.01 \times 100 = -12.76 \times 0.01 \times 100 = -12.76\%$$

$$\Delta\%P(Convexividad) = \frac{1}{2} Conv \times (0.01)^2 \times 232.79 \times 0.0001 \times 1000 = 1.16\%$$

Por tanto, el cambio en el precio total será $= -12.76\% + 1.16\% = -11.6\%$

Note que la convexidad siempre es positiva y es buena en la medida que es un *amortiguador* contra las pérdidas debidas a los incrementos en las tasas de interés. La duración en cambio es negativa y, a mayor duración, mayor riesgo en el bono.



5.7 Valor en riesgo para un instrumento de deuda

Para calcular el valor en riesgo en instrumentos de deuda, se sabe que:

$$\frac{dP}{dr} = -D^m P$$

donde D^m es la duración modificada. El cambio porcentual en el precio es entonces

$$\frac{dP}{P} \approx -D^m r \frac{dr}{r}$$

y la volatilidad de los rendimientos de precios del bono es:[3]

$$\sigma_p = D^m r \sigma_r$$

donde σ_r es la volatilidad de rendimientos de tasas de interés y r es la última tasa de interés conocida. Por tanto, asumiendo normalidad en el comportamiento de los rendimientos, el valor en riesgo de un bono es:

$$VaR_{bono} = -FBD^m r\sigma_r \sqrt{t}$$

donde F es el factor relacionado con el nivel de confianza y B el precio del bono a valor presente.

Por tanto, la información que se requiere para determinar el valor en riesgo de un bono es la duración modificada, el rendimiento del bono y su precio. En lo que se refiere a la volatilidad de rendimientos de tasas de interés, su cálculo es muy sencillo, como se vio en el capítulo sobre *volatilidad*. Note que en estricto rigor debería agregarse el efecto de la convexidad en la fórmula del VaR; sin embargo, debido a que este efecto es marginal, la fórmula se simplifica al suponer que la convexidad es igual a cero.

Ejemplo numérico: si tenemos un bono con duración modificada de 12.76, un precio de \$101.50, la tasa de interés vigente de 8% anual y la volatilidad de rendimientos de tasas del 2% anual, el valor en riesgo anual con un nivel de confianza de 95% será:

$$VaR_{anual} = -1.65 \times 101.5 \times 0.08 \times 12.76 \times 0.02 \approx -\$3.42 \text{ anual.}$$

Lo cual significa que la pérdida máxima potencial con una probabilidad de 95% es de \$3.42, que representa el 3.3% del valor del instrumento.

5.8 Valor en riesgo para un portafolios de instrumentos de deuda

Cuando se tiene un portafolios de instrumentos de deuda (bonos cupón cero) y se desea calcular el valor en riesgo, es necesario seguir los siguientes pasos:

a) Calcular el valor presente del bono cupón cero, tanto para activos como para pasivos (reportos), mediante la siguiente expresión:

$$B = \frac{VN}{1 + r\frac{t}{360}}$$

Donde VN es el valor nominal del bono, r la tasa de interés de rendimiento de la curva *spot* y t el periodo del bono cupón cero.

Vale la pena señalar que los activos deben tener signo positivo y los pasivos signo negativo.

b) Determinar el peso específico de cada instrumento en el portafolios como sigue:

$$w_i = \frac{x_i}{x_T}$$

Donde w_i es el peso específico de cada instrumento en el portafolios, x_i el valor presente de cada instrumento en lo individual y x_T la suma de todos los valores presentes de la totalidad de los instrumentos de deuda.

c) Con base en la serie de tiempo de tasas de interés para cada vértice de la curva de rendimientos *spot* (*yield curve*), calcular los rendimientos diarios de cada vértice y su consecuente volatilidad.

d) Construir la matriz de correlaciones de rendimientos de tasas de interés.

e) Calcular la duración modificada para cada instrumento del portafolios:

$$D^m = \frac{Plazo}{1 + r\dfrac{t}{360}}$$

f) Obtener la desviación estándar (volatilidad) de rendimientos de precios para cada instrumento de deuda. A este arreglo se le llama matriz de volatilidades de precios (que es una matriz diagonal con ceros en los elementos que no están en la diagonal). La expresión, como ya se mencionó, es la siguiente:

$$\sigma_{precios} = D^m \sigma_r r$$

g) Calcular la volatilidad del portafolios utilizando la matriz de volatilidad de precios como sigue:

$$\sigma_{port} = \sqrt{[w]^T [\sigma][C][\sigma][w]}$$

Donde C es la matriz de correlaciones, w el vector de pesos del portafolios y sigma la matriz de volatilidades, una matriz diagonal cuyos elementos fuera de la diagonal son cero.

h) El valor en riesgo del portafolios considerando media cero es el siguiente:

$$VaR_{port} = -F\,\sigma_{port}\,B_T\sqrt{t}$$

> Donde F es el factor relacionado con el nivel de confianza del VaR (2.32 o 1.65 si el nivel de confianza es de 99 o 95%, respectivamente) y BT la suma algebraica de los valores presentes de todos los instrumentos de deuda (*activos y pasivos*).

Para ilustrar esto, a continuación se presenta un ejemplo numérico: un inversionista institucional compra dos emisiones de Cetes, una con valor nominal de \$20'500,000 a un plazo de 364 días y otra con valor nominal de \$10'000,000 a un plazo de 91 días. Al mismo tiempo vende en reporto la cantidad de \$20'000,000 a un plazo de 28 días. Se desea calcular el valor en riesgo a un día con un nivel de confianza de 95%.

Para fines didácticos se considerarán las tasas de interés de rendimientos de la curva (*yield curve*) *spot* únicamente de los cuatro días más recientes (en la práctica se consideran 250 días). Asimismo, la venta de un activo en reporto se considera con signo negativo. El ejemplo se desarrolla en el cuadro de la siguiente página.

5.9 Mapeo o descomposición de posiciones

Cuando un administrador de riesgos se enfrenta a portafolios con muchas posiciones, las dimensiones de la matriz de varianza-covarianza suelen crecer geométricamente, de manera que la estimación de riesgos puede resultar muy compleja, además de que en la práctica no cuenta con volatilidades y correlaciones para todos los plazos, por lo que resulta muy útil llevar a cabo un mapeo de posiciones para tener la matriz de varianza-covarianza con el menor número de renglones y columnas.

Por mapeo se entiende el proceso mediante el cual se puede expresar o descomponer un instrumento en una combinación de al menos dos instrumentos más simples que el original; es decir, describir un portafolios de instrumentos en sus partes más elementales (una analogía sería describir una molécula en función de los átomos que la componen).

La metodología que se expone a continuación es la que propone JP Morgan en su documento *Riskmetrics*.[4] Dicha metodología se basa en la separación de flujos de efectivo de un instrumento y se aplica a cualquier instrumento, no sólo de deuda. Consiste en separar y colocar cada flujo de efectivo de un instrumento (cupones y principal) en dos flujos correspondientes a los vértices adyacentes de la curva de rendimientos de tasas de interés (*yield curve*). Las premisas que deben cumplirse son las siguientes:

- El valor de mercado de dos flujos de efectivo debe ser igual al valor de mercado del flujo de efectivo original.

Ejemplo de VaR en mercado de dinero:

	Activo		Pasivo		Activo
plazo	*364*		*28*		91
Hist. Tasas	Rendimientos	Hist. Tasas	Rendimientos	Hist. Tasas	Rendimientos
24.05		19.00		20.50	
26.00	7.80%	20.00	5.13%	21.00	2.41%
25.00	-3.92%	19.00	-5.13%	22.00	4.65%
24.60	-1.61%	18.00	-5.41%	21.00	-4.65
principal	20,500,000		-20,000,000		10,000,000

Observación más reciente → 24.60

Desv. Tasas	6.21%	6.00%	4.86%
Duración	-0.809709394	-0.076703923	-0.240035873

Matriz de correlaciones:

1	0.977990639	0.103325959
0.977990639	1	0.308583812
0.103325959	0.308583812	1

Matriz de volatilidad

1.24%	-	-
-	0.0829%	-
-		0.2448%

	VP posición:	Pesos del portafolios(w)
	16,416,635.52	2.65
	(19,723,865.88)	-3.19
	9,495,924.67	1.53
Total:	6,188,694.31	1

Vol. Portafolios = 3.077%

VaR portafolios = $314,176.06

- El riesgo de mercado del portafolios compuesto por dos flujos de efectivo debe ser igual al riesgo de mercado del flujo de efectivo original.
- El signo de dos flujos de efectivo debe ser igual al signo del flujo de efectivo original.

La manera de descomponer el flujo de efectivo original en dos flujos de efectivo que cumplan con las condiciones anteriores se ilustra con el siguiente ejemplo: sea un flujo de efectivo que vence en P años y que se desea descomponer en uno que se coloque en el periodo A y otro en el periodo B. El mapeo del instrumento de P años será una combinación de la siguiente manera:

$$I_P^{mapeo} = \alpha I_A + (1-\alpha) I_B$$

El problema consiste en encontrar el valor de α, es decir, el peso específico que se necesita aplicar al flujo de efectivo para descomponerlo en dos. Por otro lado, se sabe que *la varianza del instrumento original es:*

$$\sigma_P^2 = \alpha^2\sigma_A^2 + (1-\alpha)^2\sigma_B^2 + 2\rho\alpha(1-\alpha)\sigma_A\sigma_B$$

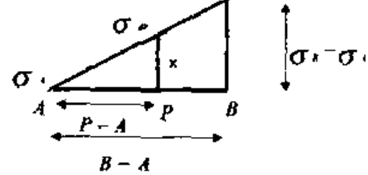
Observe que la ecuación anterior se reduce a la forma de ecuación de segundo grado del tipo:

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$$

cuya solución está dada por: $\alpha = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\begin{aligned} a &= \sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B \\ b &= 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B - 2\sigma_B^2 \\ c &= \sigma_B^2 - \sigma_P^2 \end{aligned}$$

Para determinar la volatilidad del instrumento original se sugiere interpolar *linealmente* de la siguiente manera:[5]



Aplicando geometría euclidiana se obtiene:

$$\frac{x}{\sigma_B-\sigma_A}=\frac{p-A}{B-A}$$

Despejando para encontrar el valor de x:

$$x=\left(\sigma_B-\sigma_A\right)\frac{p-A}{B-A}$$

Por lo cual la volatilidad interpolada al plazo de P será la suma de la volatilidad del plazo A más el valor de la incógnita x calculada:

$$\sigma_p=\sigma_A+x$$

A continuación se presenta un ejemplo adaptado del documento técnico de *Riskmetrics* (3ª edición). Se tiene un bono con vencimiento de 6.25 años y se desea mapear la posición entre los vértices de la curva de los años 5 y 7; se tendría lo siguiente:

Volatilidad precio en el vértice del año 5 = 0.533.
Volatilidad precio en el vértice del año 7 = 0.696.
Volatilidad precio del bono en el año 6.25 = 0.655.
Correlación entre las tasas del vértice 5 con el vértice 7 = 0.963.

La ecuación será como sigue:

$$0.655^2=0.533^2\alpha^2+0.696^2(1-\alpha)^2+2(0.963)(0.533)(0.696)\alpha(1-\alpha)$$

La cual puede expresarse como:

$$0.0545\alpha^2-0.254\alpha+0.055=0$$

La solución a esta ecuación es:

$$\alpha=\frac{-(-0.254)\pm\sqrt{(-0.254)^2-4(0.0545)(0.055)}}{2(0.0545)}$$
$$\alpha_1=4.44$$
$$\alpha_2=0.2349$$

En la práctica se utiliza el valor de alfa que se encuentra entre cero y uno para realizar el mapeo. Una vez que la posición ha sido mapeada, se procede a calcular el valor en riesgo de un portafolios (en nuestro ejemplo, de dos posiciones, una con 5 años y otra con 7 años de plazo), de la misma manera como se señaló en la sección de VaR para portafolios de mercado de dinero.

5.10 Valor en riesgo para un portafolios de instrumentos de deuda con mapeo

A continuación se establecen los pasos a seguir para determinar el valor en riesgo de un portafolios de deuda, considerando que se mapean las posiciones:

a) Se calculan las volatilidades de los rendimientos de las tasas de interés y la duración modificada para cada vértice de la curva de rendimientos de tasas.
b) Se calcula la matriz de correlaciones entre los rendimientos de las tasas de interés considerando los vértices de la curva de rendimientos de tasas de interés.
c) Se calculan las volatilidades y la tasa de rendimiento para cada instrumento, mediante una interpolación lineal.
d) Se determina el vector de valor presente de las posiciones utilizando las tasas interpoladas como tasas de descuento.
e) Se calculan los valores de alfa para cada instrumento, con el objeto de mapear la posición.
f) Se aplica el factor alfa (y 1 – alfa) para descomponer las posiciones y determinar un nuevo vector de posiciones.
g) Se determina el vector de pesos específicos de cada instrumento, cuya suma debe ser igual a uno.
h) Se obtiene la matriz de volatilidad de precios, una matriz diagonal con elementos de cero fuera de la diagonal.
i) Se calcula la volatilidad del portafolios, de acuerdo con la fórmula arriba mencionada.
j) Se calcula el valor en riesgo del portafolios.

Para ilustrar esto, se presenta un ejemplo numérico: un inversionista institucional compra dos emisiones de Cetes, una con valor nominal de \$20'500,000 a un plazo de 300 días y otra con valor de \$10'000,000 a un plazo de cinco días. Al mismo tiempo, vende en reporto la cantidad de \$20'000,000 a un plazo de 56 días. Se desea calcular el valor en riesgo en un plazo de un día con un nivel de confianza de 95% (véase el cuadro de las páginas 94-95).

Ejemplo de VaR en mercado de dinero con mapeo de posiciones:

	Activo	Pasivo	Activo
plazo (días):	300	56	5
principal	20,500,000	-20,000,000	10,000,000

Vértices:	1 día		7 días		28 días		91 días		182 días		273 días		364 días	
	Hist. tasas	Rendimientos	Hist. tasas	Rendimientos	Hist. tasas	Rendimientos	Hist. tasas	Rendimientos	Hist. tasas	Rendimientos	Hist. tasas	Rendimientos	Hist. tasas	Rendimientos
	17.5%		18.5%		19.0%		21.0%		22.0%		23.0%		24.[illegible]%	
	18.5%	5.56%	19.0%	2.67%	21.0%	10.01%	21.6%	2.35%	23.0%	4.45%	23.0%	[illegible]	2[illegible]%	[illegible]
	18.5%	0.00%	19.5%	2.60%	22.0%	4.65%	21.0%	-2.35%	22.5%	-2.20%	22.5%	-2.20%	25.0%	-3.[illegible]%
Observación más reciente	b 17.5%	-5.56%	a 18.0%	-8.00%	21.0%	-4.65%	22.0%	4.65%	23.0%	2.20%	21.0%	-6.90%	24.0%	-1.61%

Desv. est. (volatilidad) =	5.56%		6.14%		7.42%		3.57%		3.38%		3.52%		[illegible]
Duración Modificada =	$d =$ -0.0028		-0.0194		-0.0765		-0.2395		-0.4529		-0.6542		-0.8087

$d = (1/360)/(1+0.175*(1/360))$

$\left[(a-b)\frac{y}{t}\right]+a$

10,000,000 /(1 +(0.1783*

Matriz de correlaciones

Vértices	1	7	28	91	182	273	364
1	1.0000	0.8658	0.9881	-0.3219	0.3325	0.9788	0.7602
7	0.8658	1.0000	0.9346	-0.7484	-0.1780	0.9519	0.3388
28	0.9881	0.9346	1.0000	-0.4635	0.1837	0.9986	0.6514
91	-0.3219	-0.7484	-0.4635	1.0000	0.7858	-0.5092	0.3704
182	0.3325	-0.1780	0.1837	0.7858	1.0000	0.1321	0.8665
273	0.9788	0.9519	0.9986	-0.5092	0.1321	1.0000	0.6106
364	0.7602	0.3388	0.6514	0.3704	0.8655	0.6106	1.0000

plazo	Volatilidad interpolada al plazo de la posición:	Tasa interpolada al plazo de la posición	VP posición:	Coeficiente del mapeo (alfa)
5	5.85%	t 17.83%	9,976,282.68	0.1609
56	5.71%	21.44%	-19,384,376.24	0.8080
300	4.35%	22.07%	17,316,635.59	0.5356
Total:			7,908,552.03	

C'oef. de m[illegible]

Mapeo del valor presente en las posiciones

	1	7	28	91	182	273	364
5	1,604,438.44	8,370,654.24					
56			-15,637,681.44	-3,716,694.80			
300						9,271,690.33	8,043,945.26

Matriz de volatilidad de precios:

	1	7	28	91	182	273	364
1	-2.7E-05	0	0	0	0	0	0
7	0	-0.000214187	0	0	0	0	0
28	0	0	-0.001192172	0	0	0	0
91	0	0	0	-0.001681144	0	0	0
182	0	0	0	0	-0.003519697	0	0
273	0	0	0	0	0	-0.004841769	0
364	0	0	0	0	0	0	-0.012599374

Volatilidad
× Duración
× Ultima tasa

Vol. Portafolios =		1.492%
VaR portafolios =	$	195,422.44
(95% de confianza)		

	Nuevo vector de posiciones	Pesos del nuevo portafolios (W)
	1,604,438.44	0.20
	8,370,654.24	1.05
	-15,637,681.44	-1.97
	-3,716,694.80	-0.47
	0	0.00
	9,271,690.33	1.17
	8,043,945.26	1.01
Total:	7,935,552.03	1.00

Coeficientes del mapeo:

Activo		Pasivo		Activo	
plazo (días):	300		56		5
principal (VP)	17,315,636		-19,354,376		9,975,293
a=	0.002520	a=	0.009234	a=	0.000929
b=	-0.005278	b=	-0.005006	b=	-0.001813
c=	0.002104	c=	-0.001983	c=	0.000235
alfa 1 =	1.55946	alfa 1 =	0.90797	alfa 1 =	1.57435
alfa 2 =	0.53645	alfa 2 =	-0.26585	alfa 2 =	0.18064

5.11 Valor en riesgo en instrumentos de tasa flotante

En la sección anterior se describió la metodología para medir los riesgos en bonos cupón cero, que básicamente son instrumentos de tasa fija. Sin embargo, en el mercado de dinero existe una gran demanda por instrumentos de tasa flotante o variable, es decir, instrumentos de deuda, también denominados cupones, que pagan intereses periódicamente (1, 28, 91 o 182 días) en función de una tasa de referencia (Cetes de 28 días, TIIE de 28 días, etc.) más una sobretasa (en algunos instrumentos internacionales la sobretasa puede ser multiplicativa en lugar de aditiva a la tasa de referencia).

En México, los bonos de tasa flotante más conocidos son los BREMS (Bonos de Regulación Monetaria), Bondes (Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal) y los bonos IPAB (Instituto de Protección al Ahorro Bancario). También se encuentran los bonos bancarios emitidos por la Banca de Desarrollo o por la Banca Comercial.

La principal característica de estos instrumentos es que el cupón c_t que se paga en el periodo t, se fija en el periodo $t-1$, en el momento de revisión de la tasa de referencia.

Los bonos de tasa flotante que emite el gobierno federal son títulos de crédito documentados en moneda nacional que representan obligaciones directas e incondicionales de los Estados Unidos Mexicanos de pagar una suma determinada de dinero (cupones), periódicamente, así como su valor nominal. Son instrumentos colocados por el gobierno federal bajo el mecanismo de subasta y son títulos reportables. A continuación se describen las características generales de estos instrumentos:

Valor nominal: \$100 pesos o sus múltiplos.
Plazo: de uno a cinco años.
Precio: valor de adquisición. Se obtiene mediante el valor presente de los cupones y el valor nominal del instrumento, a saber:

$$P=\sum_{t=1}^{n}\frac{c_t}{(1+r+s)^t}+\frac{VN}{(1+r+s)^n}$$

donde:

c_t = pago de cupón (usualmente cada 28, 91 o 182 días).
r = tasa de rendimiento de referencia del bono (usualmente Cetes).
s = sobretasa del bono.
VN = valor nominal del bono pagadero al vencimiento del papel.
n = número de pagos de cupón.

Premio: diferencia entre el valor nominal del instrumento y su precio de adquisición.

Una vez hechas estas consideraciones podemos asumir que estos instrumentos son muy atractivos para el mercado, ya que otorgan un doble rendimiento: el primero, porque son colocados a descuento y son amortizados a su valor nominal, al vencimiento del bono, lo que se traduce en un premio, y el segundo, porque pagan intereses sobre su valor nominal. El efecto de este doble rendimiento del instrumento es lo que comúnmente conocemos como sobretasa.

La sobretasa es en estricto rigor un factor o premio que al sumarlo a la tasa de interés de mercado para descontar los cupones y el valor nominal a valor presente, está obligando a que el instrumento se venda a descuento, en beneficio del inversionista o tenedor del papel. Esta sobretasa estará variando diariamente (no es fija como en otros mercados internacionales) en función de tres aspectos fundamentales: el riesgo de crédito o de contraparte del emisor, la liquidez del instrumento en el mercado y la cláusula de prepago del instrumento por parte del emisor.

Por otro lado, la tasa base es revisable cada periodo de intereses, ya que, por ejemplo, al haber 13 cupones de 28 días en un año (o bien 25 en dos años) deriva que al inicio de cada cupón tenemos una nueva tasa base que es aplicable durante todo el periodo siguiente. Este procedimiento se repite para cada inicio de cupón.

Para el cálculo del valor en riesgo de un bono de tasa flotante, es posible aplicar modelos paramétricos o no-paramétricos (simulación histórica). En estos últimos se debe contar con una serie de tiempo de precios de los instrumentos que conforman el portafolios de instrumentos y la metodología es enteramente semejante a la descrita en el capitulo 4, en virtud de que se utilizan los precios de los instrumentos que ya incluyen los efectos de la tasa de mercado y de la sobretasa.

Si se desea aplicar una metodología paramétrica, es necesario considerar que se tiene un instrumento con dos factores de riesgo: la tasa de interés de referencia y la sobretasa. Esto significa que si uno de los dos factores de riesgo se mueve adversamente (hacia arriba), el precio del instrumento disminuirá y, en consecuencia, el tenedor del instrumento sufrirá una pérdida.

Por lo anterior, es factible pensar en que el valor en riesgo del instrumento está en función de dos factores de riesgo, uno debido a la tasa de referencia y otro debido a la sobretasa, como sigue:

$$VaR_{Bono} = \sqrt{VaR_r^2 + VaR_s^2 + 2\,\rho_{rs} VaR_r VaR_s}$$

donde ρ_{rs} es el coeficiente de correlación lineal entre los rendimientos diarios de la tasa de referencia y los de la sobretasa.

Ahora bien, para obtener el valor en riesgo de cada uno de los factores de riesgo, se puede expresar de la siguiente manera:

$$VaR_r = F \times P \times \sigma_r \times D_r^m \times r \times \sqrt{t}$$

$$VaR_s = F \times P \times \sigma_s \times D_s^m \times s \times \sqrt{t}$$

Donde:

$F =$ factor relacionado con el nivel de confianza del VaR.
$P =$ valor de la posición (precio por el número de títulos).
$\sigma_r, \sigma_s =$ volatilidades de la tasa base y la sobretasa, respectivamente.
$D_r^m, D_s^m =$ duraciones modificadas de la tasa base y la sobretasa, respectivamente.
$r, s =$ última tasa base y sobretasa de mercado conocidas, respectivamente.
$t =$ periodo de cálculo del VaR.

Para el cálculo de las duraciones de la tasa y sobretasa, es necesario recurrir a la definición de la duración modificada:

$$D_r^m = \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial r} \text{ y } D_s^m = \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial s} \text{ donde } P \text{ es el precio del bono.}$$

Por tanto, realizando la derivada parcial de la tasa de referencia, se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -C\sum_{t=1}^{n}\frac{t}{(1+r+s)^{t+1}} - \frac{n \times VN}{(1+r+s)^{n+1}}$$

La duración de la tasa de referencia es aproximadamente igual al periodo para que venza el próximo cupón. Por ejemplo, en un Bonde que revisa y paga cupones cada 91 días (mejor conocido como Tribonde), la duración de la tasa de referencia es muy cercana a los 91 días entre 360 días, es decir, 0.25 de año.

En contraste, la duración de la sobretasa es aproximadamente igual al periodo de vencimiento de todo el instrumento y, por tanto, esto explica la razón de que el bono de tasa flotante sea más sensible a movimientos de la sobretasa que a los propios de la tasa de referencia.

Es importante aclarar que algunas personas estiman que los instrumentos de tasa flotante son menos riesgosos que los de tasa fija, en virtud de que aquéllos revisan la tasa de referencia y se fija el pago del próximo cupón periódicamente. Sin embargo, no hay que olvidar que estos instrumentos tienen un factor de riesgo adicional a la tasa de interés, es decir, el factor de la sobretasa cuya volatilidad en ocasiones es mayor que la volatilidad de la tasa de referencia. El precio del instrumento es sensible a los movimientos de la sobretasa y, por ello, el riesgo de estos instrumentos puede ser mayor que el de instrumentos de tasa fija.

Notas

1. Obsérvese que el precio de un bono es el valor presente de sus flujos de efectivo (cupones y valor nominal).
2. Ver Fabozzi, Frank, *Bond Markets, Analysis and Strategies*, 2ª edición, Prentice Hall.
3. Ver Dowd, Kevin, *Beyond Value at risk: The new science of risk management*, Wiley, 1998.
4. Ver documento técnico *Riskmetrics*.
5. No obstante que existen muchos métodos de interpolación, aquí se sugiere el más práctico y sencillo: interpolación lineal.

CAPÍTULO 6

El riesgo en productos derivados

Las posiciones de riesgo en productos derivados en las instituciones constituyen una de las máximas preocupaciones de la alta dirección. El motivo de esta preocupación es que se trata de instrumentos con un alto grado de apalancamiento financiero y, por tanto, alto riesgo que, combinado con el desconocimiento que en ocasiones se tiene de estos instrumentos, puede provocar pérdidas inesperadas importantes.

El objetivo del capitulo es entender los productos derivados, los riesgos que implican y la manera de valuar estos instrumentos. En este capítulo se tratan los productos derivados más básicos (futuros, opciones y *swaps*), que constituyen la base para entender otros instrumentos más sofisticados.

El riesgo en productos derivados

6.1 Los productos derivados

En años recientes ha surgido en la comunidad empresarial y financiera de Estados Unidos y otros paises desarrollados un creciente interés por el tema de los productos derivados. La mayor parte de los contratos que operan ahora en los mercados no existían hace sólo 20 años.

En la actualidad prácticamente ningún individuo, empresa, gobierno o proyecto con enfoque de negocios escapa a los fuertes impactos que provocan las fluctuaciones de los tipos de cambio, tasas de interés y precios de materias primas, entre otras variables.

La mayor parte de la literatura en materia de derivados coincide con las siguientes definiciones:

Un instrumento financiero derivado es cualquier instrumento financiero cuyo valor es una función que se deriva de otras variables que, en cierta medida, son más importantes.

Un producto derivado es un activo financiero que tiene como referencia un activo subyacente.

Con base en estas definiciones se puede decir que los instrumentos financieros derivados son contratos cuyo precio depende del valor de un activo, comúnmente denominado el "bien o activo subyacente" de dicho contrato.

Los activos subyacentes pueden ser a su vez instrumentos financieros, por ejemplo, una acción individual, una canasta de acciones o un instrumento de deuda; también pueden ser bienes como el oro o productos como el petróleo; o indicadores como un índice bursátil e incluso el precio de otro instrumento derivado.

Su finalidad es reducir el riesgo que resulta de movimientos inesperados en el precio del bien subyacente entre los participantes que quieren disminuirlo y aquellos que desean asumirlo. En el primer caso se encuentran los individuos o empresas que desean asegurar el precio futuro del activo subyacente, así como su disponibilidad, mientras que en el segundo están los individuos o empresas que esperan obtener una ganancia que resulta de los cambios en el precio del activo subyacente.

Los productos derivados internacionales son: las opciones, los futuros, los *forwards*, los *swaps* y las combinaciones entre éstos, que se utilizan para fines de cobertura o especulación en los mercados.

El crecimiento asombroso de estos mercados se debe principalmente a tres motivos:

a) La fluctuación de los precios de materias primas, tasas de interés, tipos de cambio y títulos accionarios se incrementó sustancialmente durante la década de 1980, que fue, como se recordará, uno de los periodos más volátiles de la historia. Durante los últimos años la volatilidad de estas variables ha obligado a los agentes económicos a reducir sus riesgos mediante la participación en los mercados de derivados.

b) Los avances tecnológicos en telecomunicaciones y sistemas de información automatizados han permitido la globalización de los mercados financieros. En la actualidad, billones de dólares se mueven de un país a otro en cuestión de segundos, no sólo para obtener los mejores rendimientos de los recursos invertidos, sino para cubrir el riesgo inherente a la inversión de dichos recursos.

c) Los hombres de negocios contemporáneos están cada vez más conscientes de que para ser más competitivos y poder integrarse a las nuevas oportunidades de un mercado globalizado e integrado, es necesario medir y administrar sus riesgos, fijando las variables que afectan su flujo de efectivo. De hecho, el nuevo concepto de "hacer negocios" consiste en comprar o vender un producto, fijando por anticipado el precio del mismo (o su margen financiero) en el momento más rentable, para asegurar ganancias esperadas.

Por otra parte, es importante aclarar que la existencia de un mercado de derivados se debe a cinco razones principales:

a) Cobertura de riesgos (*Hedging*). Se refiere a la habilidad de una persona, física o moral, para minimizar los riesgos inherentes a las fluctuaciones en el precio de títulos de deuda (tasas de interés), tipos de cambio o precios de materias primas (*commodities*), a través del uso de productos derivados.

b) Determinación de precios. A través de este mercado, los precios se forman eficientemente y llegan a un equilibrio de acuerdo con las fuerzas de la oferta y la demanda.

c) Diseminación de precios. Por medio de las bolsas de futuros o de opciones, la comunicación de precios a todos los participantes del mercado es inmediata y, por tanto, se conocen en todo el mundo en sistemas de tiempo real.

d) Niveles de apalancamiento. Los productos derivados resultan mucho más baratos que otros instrumentos debido al apalancamiento que tienen implícito. Es decir, con un monto mucho menor al valor nocional, es posible comprar estos instrumentos.

e) Canales de distribución alternos. Especialmente en el caso de los *commodities* (materias primas), el productor puede entregar su producto a los almacenes reconocidos por las bolsas de futuros y que están determinados en el contrato negociado. No obstante esta característica, debe señalarse que sólo el 3% de las transacciones de futuros culminan en la entrega física del producto.

Es prudente señalar que para que un mercado de futuros tenga éxito, es necesaria la existencia de un mercado de físicos o de contado (*spot*) de libre competencia y ordenado, de tal suerte que el comportamiento de los precios en el mercado de contado está vinculado con los precios en un mercado de futuros.

En México, el Mercado Mexicano de Derivados (MEXDER) inició operaciones en diciembre de 1999 y actualmente se cotizan futuros financieros (dólar, Cetes a 91 días, TIIE a 28 días, IPC y acciones individuales). La cámara de compensación se denomina ASIGNA y es la contraparte de todas las operaciones del MEXDER.[1]

6.2 Valuación de productos derivados

Al proceso de reducir o eliminar el riesgo de mercado en un instrumento o portafolios a través de una o varias transacciones en los mercados se le conoce como cobertura o *hedging*.

Para determinar el valor de un producto derivado se necesita construir un portafolios (el portafolios de cobertura) que elimine los riesgos que presenta el producto derivado en cuestión. En particular, se requiere que el portafolios de cobertura replique el mismo patrón de rendimiento del producto derivado, de tal suerte que desde el punto de vista del inversionista, las dos alternativas (el portafolios de cobertura y el producto derivado) sean exactamente lo mismo.

En este punto vale la pena definir el concepto de "arbitraje". Si el portafolios de cobertura y el producto derivado generan el mismo rendimiento, entonces ambos deben tener el mismo valor o precio. Si tuvieran diferentes valores en el mercado, se presentaría una oportunidad de arbitraje, es decir, el inversionista podría vender el producto "caro" y simultáneamente comprarlo "barato", obteniendo una ganancia sin correr riesgo.

Por este motivo, el valor de un producto derivado debe ser igual al costo de construir un portafolios de cobertura. A manera de ejemplo, imagine a un inversionista que vende un *forward* sobre una acción a un año. El inversionista se compromete a entregar acciones dentro de un año y recibir el pago de dichas acciones a un precio pactado ahora. Sean 100,000 las acciones que contempla el contrato del *forward*.

Para determinar el precio del *forward* sobre acciones, es preciso examinar el costo de construir un portafolios de cobertura. Se debe diseñar una transacción que cancele el riesgo del *forward*. Una forma de hacerlo es comprando las 100,000 acciones ahora y mantenerlas un año para entregarlas al vencimiento del contrato del *forward*. ¿Cuál es el costo de esta operación? Si se supone que el precio de la acción es de $100, significa que se tendrán que invertir $10'000,000 al momento (100,000 acciones × $100/acción).

Estos $10'000,000 tienen un costo de oportunidad, es decir, en lugar de comprar las 100,000 acciones ahora, podrían invertirse en otras opciones que generen un interés. Dicho de otra manera, el inversionista tendría que pedir prestado para realizar dicha adquisición. Si la tasa de interés que se tendría que pagar por el préstamo es del 10%, entonces el costo de construir un portafolios de cobertura para esta transacción es de $110. Por tanto, el precio del *forward* sobre acciones debe ser $110 por acción.

En caso de que la acción pague un dividendo, entonces el precio del *forward* debe ser ajustado por el pago de dicho dividendo. Si el dividendo es de $5, entonces el precio del *forward* debería ser $105 por acción.

Como puede observarse, el precio teórico de cualquier producto derivado (*forward*, opción, *swap* o cualquier combinación de éstos) está dado por el costo de construir un portafolios de cobertura que elimine el riesgo de mercado de dicho producto derivado.

6.3 Contratos de *forwards* y futuros

Un contrato de *forward* o futuro es un acuerdo entre dos partes para comprar-vender un bien denominado subyacente en una fecha futura especificada y a un precio previamente acordado. Es decir, la operación de compra-venta se pacta en el presente, pero la liquidación (entrega del bien y del dinero en efectivo) ocurre en el futuro.

La diferencia entre un futuro y un *forward* consiste en que el primero es un contrato estandarizado que se cotiza en una bolsa organizada y en el cual se especifican la calidad, la cantidad y la entrega del producto, así como la vigencia del acuerdo (el precio del contrato se determina en función de las fuerzas del mercado), mientras que el segundo es un pacto bilateral fuera de la bolsa (extrabursátil) y, por tanto, las características de la operación se determinan únicamente entre ambas partes (comprador y vendedor).

En el caso de contratos *forward*, por lo general se adaptan a las necesidades particulares de las contrapartes y normalmente requieren garantías (líneas de crédito o colateral) para reducir el riesgo de incumplimiento entre las partes.

La ventaja primordial al realizar una operación con contratos *forward* es la flexibilidad para negociar las características del contrato, de acuerdo con las propias necesidades de las partes. Su principal desventaja es, sin duda, el riesgo de incumplimiento de alguna de las partes.

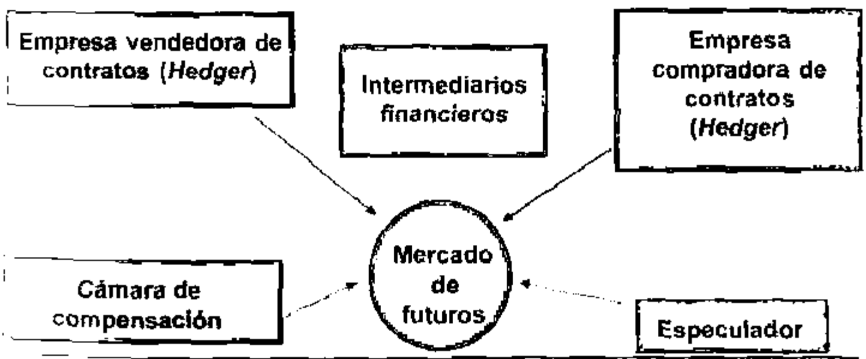
En este sentido, no obstante que la experiencia en México data de las llamadas "coberturas cambiarias", el Banco de México emitió el 17 de marzo de 1995 las reglas para que los bancos pudiesen realizar operaciones con *forwards*. Estas reglas son modificaciones a la circular 2008/94 expedida por el Banco Central.

En los contratos de futuros, las operaciones deben liquidarse a través de una cámara de compensación que elimina el riesgo de la contraparte, por lo que el participante debe realizar un depósito de buena fe a efecto de garantizar que la transacción se cumpla. Este depósito se denomina "margen" o "aportación inicial mínima" (AIM), y en caso de que los movimientos en los precios sean adversos al participante en el mercado y el margen depositado originalmente no sea suficiente, la cámara de compensación emitirá una "llamada de margen", que consiste en solicitar al tenedor del futuro un depósito adicional que cubra los montos mínimos establecidos por la propia cámara. Si se incumple la llamada de margen, la cámara ordena al socio liquidador que cierre todas las posiciones en el mercado pertenecientes al cliente incumplido.

Es necesario tomar en cuenta que en los mercados de futuros, en ningún momento desaparece el riesgo inherente a la fluctuación de precios, sino que éste se transfiere de los agentes económicos que buscan la cobertura a los inversionistas o especuladores que buscan realizar ganancias extraordinarias en función del riesgo que estén asumiendo. Los inversionistas juegan un papel fundamental en los mercados de futuros y opciones, ya que proporcionan la liquidez necesaria para realizar operaciones fluidas en el mercado.

En el siguiente diagrama se muestran los principales participantes en el mercado de futuros:

Participantes en el mercado de futuros



Especulador:
Persona física o moral que no desea cubrir sus riesgos, pero compra y vende contratos de futuros con la esperanza de obtener una utilidad anticipando el movimiento del mercado o realizando arbitrajes.
Es el receptor del riesgo que no quiere el *Hedger*, generando gran liquidez en el mercado.

En el caso de un futuro, la fórmula de valuación es la siguiente:

$$F = S(1 + r\frac{t}{Base})$$

Donde S es el valor del bien subyacente y r la tasa de interés ajustada al plazo del contrato (la base es 360 o 365 días). Considere como ejemplo que se desea conocer el valor de un contrato de futuro de una acción en el mercado que tiene un precio de \$40, un plazo de tres meses y una tasa de interés doméstica de 15%:

$$F = \$40(1 + 0.15 \times \frac{90}{360}) = \$41.50$$

Sin embargo, cuando se trata de un futuro de divisas o monedas, la fórmula de valuación es la siguiente:

$$F = S \times \left[\frac{1 + \left(r_d \times \frac{t}{Base} \right)}{1 + \left(r_e \times \frac{t}{Base} \right)} \right] \quad \text{o} \quad F = S \times e^{(r_d - r_e) \times \frac{t}{Base}}$$

Donde r_d es la tasa de interés doméstica y r_e la tasa de interés externa. Por ejemplo, si se desea conocer el valor del contrato de futuro del peso-dólar a tres meses, si el tipo de cambio *spot* o de contado es de 9.50 pesos por dólar y las tasas de interés doméstica y externa son de 15 y 6%, respectivamente:

$$F = \$9.50 \times \left[\frac{1 + 0.15 \times (\frac{90}{360})}{1 + 0.06 \times (\frac{90}{360})} \right] = \$9.71$$

En el caso de las operaciones *forward* (en el mercado extrabursátil), las cotizaciones no se hacen con base en el precio del futuro conforme a la fórmula anterior, sino con los llamados "puntos *forward*", que se refieren a la diferencia entre el precio del tipo de cambio *spot* y el precio del *forward* (a estos puntos también se les denomina puntos *swap*). Esto se debe a que el precio del *forward* es extremadamente sensible a los movimientos del tipo de cambio *spot* y los movimientos de ambos valores son casi de uno-a-uno. En cambio, los puntos *forward* son mucho más estables. La siguiente expresión refleja los puntos *forward* o puntos *swap*:[2]

$$W = S \times \left[\frac{1 + \left(i_d \times \frac{t}{Base} \right)}{1 + \left(i_e \times \frac{t}{Base} \right)} \right] - S = F - S$$

Donde W son los puntos *forward* o puntos *swap*.

A manera de ejemplo, si se tiene un tipo de cambio *spot* de 9.50 pesos por dólar y el precio del futuro es de 9.71 pesos por dólar, se tienen 21 puntos *forward*.

6.3.1 Mecánica de cobertura (Hedging) con futuros

Con el propósito de entender cuál es una de las principales finalidades del mercado de futuros, a continuación se ejemplifica la mecánica de cobertura a través del contrato de futuros del peso-dólar. Lo importante es recordar que la ganancia o pérdida que se obtiene en el mercado de futuros se debe compensar con la ganancia o pérdida en el mercado de contado. Veamos un ejemplo: una empresa mexicana desea importar una máquina que cuesta 200,000 dólares, los cuales tiene que pagar en 30 días. Su principal preocupación es que el peso se deprecie respecto al dólar y, por tanto, decide acudir al mercado de futuros para realizar una cobertura. Si el tipo de cambio *spot* es de 9.1812 pesos por dólar y el tipo de cambio en el MEXDER (mercado de futuros) es de 10.8035 pesos por dólar, la estrategia que debe seguir la empresa consiste en comprar contratos de futuros en el MEXDER para protegerse de una depreciación del peso. El número de contratos que tendría que adquirir si acudiera al MEXDER sería de 20, ya que el tamaño del contrato en este mercado es de 10,000 dólares.

Una vez cumplido el plazo de 30 días, la empresa debe acudir al MEXDER para realizar la operación contraria que permita cerrar la operación; en este caso, venderá los 20 contratos que compró previamente. Suponga que la preocupación de la empresa estaba fundada y efectivamente el tipo de cambio *spot* se depreció a 10.10 pesos por dólar y la cotización en el MEXDER es de 11.7180 pesos por dólar. De esta manera, la empresa obtendrá una ganancia en el mercado de futuros que compensará la pérdida incurrida en el mercado de contado.

La ganancia obtenida en el mercado de futuros se calcula como sigue:

200,000 dólares × (11.7180 pesos por dólar − 10.8035 pesos por dólar) = *182,900* pesos.

Dicha ganancia en el mercado de futuros se compensará con la pérdida que significó para la empresa el efecto de depreciación del peso. La pérdida sufrida se calcula de la siguiente manera:

200,000 dólares × (9.1812 pesos por dólar − 10.10 pesos por dólar) = − 183,760 pesos.

Como se puede observar, en este ejemplo no se registra una cobertura perfecta, ya que la diferencia entre la ganancia obtenida en el mercado de futuros y la pérdida sufrida en el mercado de contado asciende a 860 pesos, siendo esta cantidad una pérdida. Sin embargo, note que de no haber acudido al mercado de futuros, la pérdida hubiera sido de 183,760 pesos.

Así, es posible realizar coberturas tanto para empresas con egresos en sus tesorerías (como el caso del ejemplo anterior), como para las que tengan ingresos o inversiones y deseen cubrirse de una depreciación del peso frente al dólar.

6.4 VaR para posiciones de futuros y *forwards*

Las diferencias entre una operación de futuro y una de *forward* son muchas, pero para medir el riesgo (VaR) tales diferencias no importan; por ello, para medir el riesgo de mercado es posible referirse genéricamente a operaciones de futuros.

Si se tiene sólo una posición de futuros con x número de contratos, k es el factor que indica el nivel de confianza y F el precio del contrato en el mercado, entonces:

$$VaR = k\sigma_F xF\sqrt{t}$$

El problema es que se requiere un mapeo de la posición en caso de tener un plazo para el cual no se cuenta con la información de las volatilidades. Así, si se tiene un futuro a cuatro meses y las volatilidades y correlaciones con que se cuenta son las de tres y seis meses, la posición se deberá descomponer en dos posiciones equivalentes como sigue:

$$I_4^{mapeo} = \alpha I_3 + (1-\alpha) I_6$$

El mapeo es exactamente igual que en el caso del mercado de dinero, descrito en el capitulo 5.

Para entender esto, considere el siguiente ejemplo: calcular el VaR de una posición de futuros de un subyacente que tiene 10 contratos y cuyo precio de mercado de dicho futuro es de \$10.50 a un plazo de cuatro meses. La volatilidad diaria de futuros de 3 y 6 meses, así como la correlación entre los rendimientos de los futuros de 3 y 6 meses, es la siguiente:

$$\sigma_3 = 1\%$$
$$\sigma_6 = 1.5\%$$
$$\rho_{36} = 0.80$$

Debido a que no se cuenta con la volatilidad de cuatro meses, se procede a realizar el mapeo de la posición:

Valor en riesgo de un contrato de futuros del dólar

Numero de contratos = 10
Valor del futuro = $10.50 por contrato
Posición = $105.00
Plazo del contrato = 120 días
VaR (99% de confianza) = 2.32

Curva de tasas de int.	Tasa de int.	Volatilidad diaria	Duración
91 días	8.0%	1.0%	0.1573
182 días	10.0%	1.5%	0.2009

Matriz de correlación

1	0.80
0.80	1

Matriz de volatilidad

0.0126%	0
0	0.0301%

Interpolación:

Volatilidad a 4 meses = 1.1593%
Tasa de int. interpolada (4 meses) = 8.6374%

Volatilidad del portafolios = 0.019%

VaR a 5 días = $0.106

Mapeo de posiciones:

Coeficientes de ecuación de segundo grado:

a = 0.000085
b = −0.00021
c = 9.06E-05
Alfa 1 = 0.55694874
Alfa 2 = 1.9136395

Valor presente de la posición = **$102.06**

Vector de posiciones equivalentes:

Val. Presente	Pesos del portafolios
56.84	55.69%
45.22	44.31%
102.06	100.00%

6.5 FRA (*forward rate agreements*): futuros de tasas de interés

En esencia, un FRA (*forward rate agreement*) es un acuerdo entre dos partes, una de las cuales es el comprador del FRA y la otra el vendedor. Este último acuerda otorgar un préstamo al comprador por un monto en particular y a una tasa fija. Por tanto, en una operación de FRA se cumple que:[3]

- El *comprador (posición larga) recibe un préstamo.*
- El *vendedor* (posición corta) acuerda otorgar el préstamo.
- Por un monto llamado *nocional.*
- Denominado en cierta *moneda.*
- A una tasa de interés *fija* (tasa acordada).
- En un periodo de *tiempo* específico.
- Iniciando en una fecha acordada en el *futuro.*

El comprador del FRA es, por tanto, quien adquiere un préstamo a tasa fija y se *protege contra el alza en la tasa de interés.* El objetivo del comprador del FRA podría ser cubrirse ante el alza en las tasas de interés o, bien, especular.

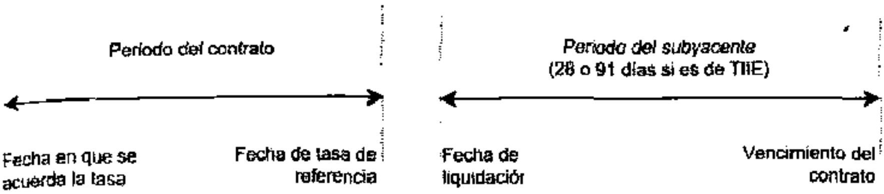
El vendedor del FRA es la contraparte que otorga el préstamo a tasa fija. Por tanto, el vendedor del FRA estará protegido contra una baja en la tasa de interés, pero debe pagar al comprador si las tasas de interés suben. Al igual que el comprador del FRA, el vendedor otorga el préstamo para cubrirse de una baja en la tasa de interés o, bien, especular.

Cabe señalar que el día de liquidación acordado, las contrapartes se liquidarán únicamente la diferencia entre la tasa originalmente pactada y la tasa que *prevaleció en el mercado cuando* el FRA llegue a vencimiento. Un ejemplo podría servir para entender el proceso de cobertura: una empresa tendrá necesidad de financiamiento de 10 millones de pesos dentro de un mes y por un plazo de tres meses. Por simplicidad, considere que el préstamo se realizará a la tasa TIIE (tasa de interés interbancaria de equilibrio que publica el Banco de México) y que la TIIE de 28 días se encuentra en 15% anual; pero la empresa tiene la preocupación de que dicha tasa suba en los próximos meses. Si no se hace alguna operación, tendrá que enfrentar el riesgo de alza de tasas de interés en el mercado.

Para protegerse contra dicho riesgo, la empresa comprará un FRA para cubrir el periodo de tres meses, dentro de un mes (en el mercado, èste es un FRA 1 × 3). La tasa acordada que el intermediario financiero le fija a la empresa es de 15.5%. A esta tasa la empresa estaría asegurando su costo de financiamiento. Cabe señalar que en el momento de pactar la compra del FRA no existe intercambio de dinero entre las partes.

Ahora, suponga que la preocupación de la empresa estaba fundada y la tasa de interés (TIIE) subió efectivamente en un mes y se encuentra en 17% anual. A pesar de la compra del FRA, la empresa se financiará en el mercado al 17% por un plazo de tres meses. Esto es, la empresa tendrá que pagar intereses de 425,000 pesos por dicho préstamo. Sin embargo, gracias a que adquirió el FRA, recibirá de su contraparte la cantidad de 37,500 pesos para compensar la diferencia del 1.5% en la tasa de interés.

A continuación se muestra el diagrama de un FRA en el que se observan algunos términos de la operación:



En la práctica, la fecha de liquidación no es la misma del vencimiento del contrato, sino que el pago se realiza cuando termina el periodo inicial del FRA y comienza el periodo del contrato. Sin embargo, se considera el valor presente por el periodo del contrato. La fórmula para calcular el pago es la siguiente:

$$Importe = \frac{(i_r - i_c) \times A \times \frac{Días}{Base}}{1 + (i_r \times \frac{Días}{Base})}$$

Donde:

i_r tasa de interés de mercado de referencia.
i_c tasa de interés acordada en el contrato.
Días = número de días establecido en el contrato del FRA.
Base convención del número de días por año (360).
A = monto del contrato.

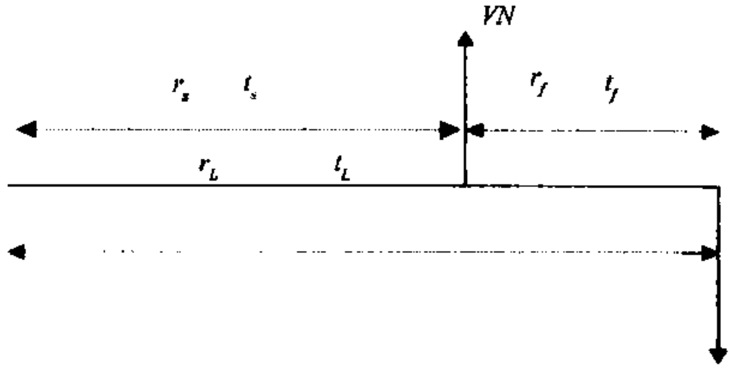
En el ejemplo anterior, el pago que haría el vendedor del FRA a la empresa sería el siguiente:

$$Importe = \frac{(0.17 - 0.155) \times 10'000,000 \times \frac{9}{360}}{1 + (0.17 \times \frac{90}{360})} = 35,971.22$$

Observe que la diferencia de 37,500 pesos contra el resultado de la fórmula arriba señalada se refiere al valor presente de dicha cantidad para ser pagada al inicio del contrato (esta modalidad se conoce en el mercado como *in advance*) y no al término del mismo.

6.6 VaR en contratos de futuros de tasas de interés (FRA)

El cálculo de valor en riesgo para posiciones de FRA es muy similar a la metodología para el cálculo de VaR para bonos cupón cero en mercado de dinero, ya que un FRA se puede replicar mediante la emisión de un bono cupón cero al término de la operación y la compra simultánea de un bono cupón cero al término del contrato por el valor nominal de la posición de acuerdo con el siguiente diagrama:



Donde r_f, r_L y r_s son la tasa de interés *forward* implícita, la tasa de interés "larga" y la tasa de interés "corta", respectivamente. Y t_f, t_L y t_s son los plazos *forward*, largo y corto del FRA, respectivamente. Para el cálculo de la tasa *forward* implícita, a continuación se presenta la fórmula correspondiente:

$$r_f = \frac{r_L t_L - r_s t_s}{(1 + r_s \times \frac{t_s}{Base})}$$

La importancia de la tasa de interés *forward* implícita es crucial, ya que la diferencia de esta tasa con la tasa acordada del FRA (a valor presente), dará como resultado la pérdida o ganancia no realizada del FRA (a este concepto se le conoce como "marca a mercado"):

$$Ganancia/Pérdida = VN \times \frac{(r_{acordada} - r_f)}{1 + r_s(\frac{ts}{Base})}$$

Por lo que hace al procedimiento para el cálculo del VaR, es exactamente el mismo que el utilizado para bonos cupón cero: se mapea la posición y se determina el VaR mediante la matriz de varianza-covarianza. Para aclarar esto, a continuación se muestra un ejemplo:

Valor en riesgo de un contrato de FRAS

Posición =	800 millones de pesos			
Plazo del contrato =	120 días		Posiciones equivalentes	Plazo
Tasa acordada =	13%	Posición en t =	800.00	120
Subyacente:	TIIE a 28 días.	Posición en T =	-808.09	148
Nivel de confianza =	99%			

Plazo	Curva de tasas (anual)	Volatilidad de tasas (diaria)	Duración
1	13.00%	2.80%	0.0028
7	13.50%	1.90%	0.0194
14	14.00%	1.30%	0.0387
28	14.50%	1.20%	0.0769
60	15.00%	1.40%	0.1626
91	15.50%	2.00%	0.2432
182	16.00%	1.60%	0.4677
273	16.50%	1.20%	0.6740
364	16.50%	1.40%	0.8665

	Activo		Pasivo
Plazo (días)	120		148
principal	800		-808.09
a =	0.000175	a =	0.000175
b =	0.000000	b =	0.000000
c =	-0.000114	c =	-0.000060
alfa 1 =	0.806465477		0.583239348
alfa 2 =	-0.806465477		-0.583239348

Mapeo de posiciones:		
Inst.	91	182
Activo	613.166	147.147
Pasivo	-442.540	-316.222
Total:	170.627	-169.075

Plazo	Volatilidad interpolada	Tasa interpolada al plazo de la posición	VP posición:	Coeficiente del mapeo (alfa)
120	1.84%	15.66%	760.31	0.8065
148	1.69%	15.81%	-758.76	0.5832

Matriz de volatilidad de precios:

	1	7	14	28	60	91	182	273	364
1	0.0000101075	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0.0000497444	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0.0000793946	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0.0001938241	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0.0003414634	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0.0007540864	0	0	0
182	0	0	0	0	0	0	0.0011925328	0	0
273	0	0	0	0	0	0	0	0.0013345184	0
364	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0020017149

Matriz de correlaciones:

	1	7	14	28	60	91	182	273	364
1	1	0.34	0.83	0.25	0.65	0.87	0.92	0.83	0.68
7	0.34	1	0.97	0.31	0.24	0.95	0.67	0.87	0.75
14	0.83	0.97	1	0.86	0.15	0.64	0.45	0.72	0.23
28	0.25	0.31	0.86	1	0.85	0.33	0.25	0.65	0.65
60	0.65	0.24	0.15	0.85	1	0.15	0.8	0.35	0.81
91	0.87	0.95	0.64	0.33	0.15	1	0.75	0.25	0.66
182	0.92	0.67	0.45	0.25	0.8	0.75	1	0.2	0.37
273	0.83	0.87	0.72	0.65	0.35	0.25	0.2	1	0.56
364	0.68	0.75	0.23	0.65	0.81	0.66	0.37	0.56	1

	Vector de posiciones:	Pesos:
1	0	0.00%
7	0	0.00%
14	0	0.00%
28	0	0.00%
60	0	0.00%
91	170.627	10998.48%
182	-169.075	-10898.48%
273	0	0.00%
364	0	0.00%
Total:	1.551365415	100.00%

Volatilidad =	8.14%
VaR (5 días) =	$ 0.6579 millones

6.7 Contratos de opciones

Los contratos de opciones se diseñaron para que el comprador de la opción se beneficie de los movimientos del mercado en una dirección, pero no sufra pérdidas como consecuencia de movimientos del mercado en la otra dirección. Una opción le da al tenedor el derecho pero no la obligación de ejercer el contrato (comprar o vender el bien subyacente). Existen dos tipos de opciones: de compra (*call option*) y de venta (*put option*), las cuales se definen a continuación.

Una opción de compra es:

- El derecho de *comprar* en una fecha futura.
- Una cantidad específica de un bien denominado subyacente.
- A un precio previamente determinado denominado: precio de ejercicio.
- Durante la vigencia del contrato o en la fecha de vencimiento.

La opción de compra garantiza al tenedor el derecho de la opción, pero no le impone una obligación.

Una opción de venta es:

- El derecho de *vender* en una fecha futura.
- Una cantidad específica de un bien denominado subyacente.
- A un precio previamente determinado denominado: precio de ejercicio.
- Durante la vigencia del contrato o en la fecha de vencimiento.

En primera instancia, el concepto de opciones es confuso para la mayoría de las personas, aunque es fácil entender la noción de comprar una opción de compra (confiere el derecho de comprar el bien subyacente en una fecha futura). Es decir, si se puede comprar una opción, también puede venderse. Si el precio del bien subyacente en el mercado es suficientemente alto (por arriba del precio de ejercicio), el derecho será ejercido y la ganancia para el comprador será la diferencia entre el precio del bien subyacente y el precio de ejercicio.

Sin embargo, el concepto de las opciones de venta es más complicado. Dichas opciones también pueden ser adquiridas y vendidas. El comprador de una opción de venta adquiere el derecho de vender el bien subyacente. Este derecho será ejercido si el precio del bien subyacente en el mercado es suficientemente bajo (por abajo del precio de ejercicio) y la ganancia para el tenedor de la opción será la diferencia entre el precio de ejercicio y el bien subyacente.

De hecho, se podría afirmar que los contratos de opciones son similares a los contratos de futuros, pero con la diferencia fundamental de que en estos últimos ambas contrapartes tienen, en todo momento, la obligación de realizar la operación, de compra-venta en el futuro, mientras que en el caso de las opciones, el tenedor adquiere el derecho pero no la obligación de realizar la operación en el futuro. En ese sentido puede afirmarse que los contratos de opciones tienen más flexibilidad que en el caso de los futuros y, por tanto, son mejores.

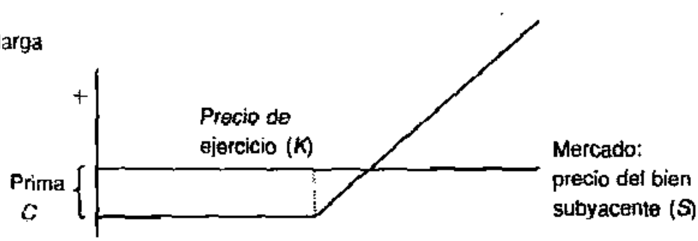
Los contratos de opciones contemplan un precio de ejercicio del subyacente, un periodo de expiración para ejercer los derechos del contrato y a su precio se le denomina prima. Dicha prima estará en función del periodo de expiración del contrato, de la volatilidad de los rendimientos del subyacente, de la relación entre el subyacente y el precio de ejercicio y de la tasa de interés libre de riesgo, principalmente.

Para adquirir una opción, el tenedor tendrá que pagar al vendedor una prima, cuyo valor es muy inferior al monto nocional. Más adelante se explica la fórmula de Black-Scholes para determinar el valor de dicha prima. El vendedor, por su parte, recibirá la prima y no la devolverá al comprador en ningún caso. Si el comprador no ejerce su derecho, perderá la prima.

A continuación se muestra el perfil de pérdidas o ganancias que presentan las opciones de compra y venta:

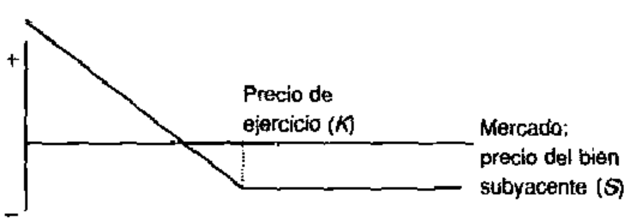
Comprador de una opción de compra (*call option*)

Posición larga



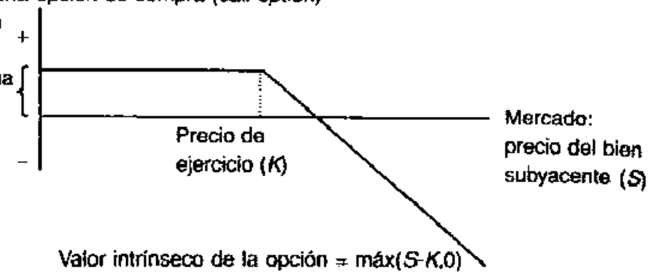
Valor intrínseco de la opción = máx(S-K,0)

Comprador de una opción de venta (*put option*)
Posición corta

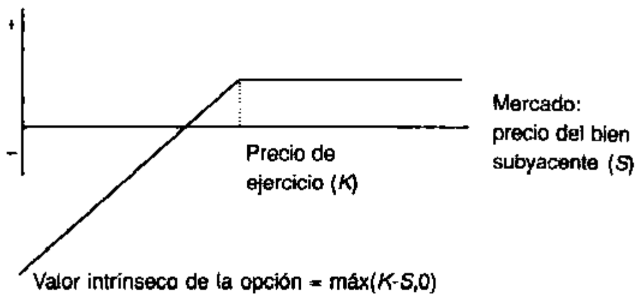


Valor intrínseco de la opción = máx(*K*-*S*,0)

Vendedor de una opción de compra (*call option*)
Posición corta



Vendedor de una opción de venta (*put option*)
Posición larga

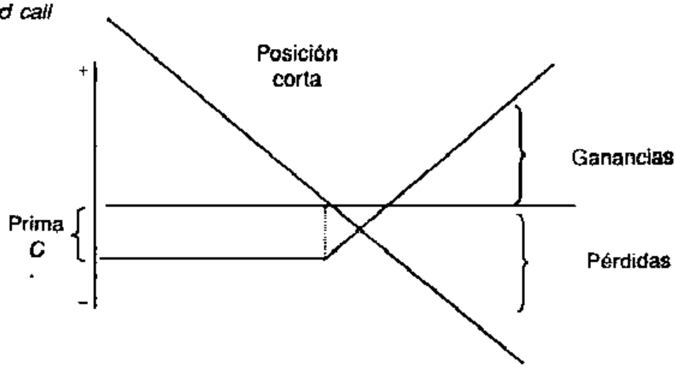


Note que la compra de una opción de venta es una posición corta, porque a pesar de esa "compra", el perfil de pérdidas y ganancias del bien subyacente es de posición corta. En el caso de la venta de una opción de venta, se trata de una posición larga, en virtud de que el bien subyacente tiene este perfil.

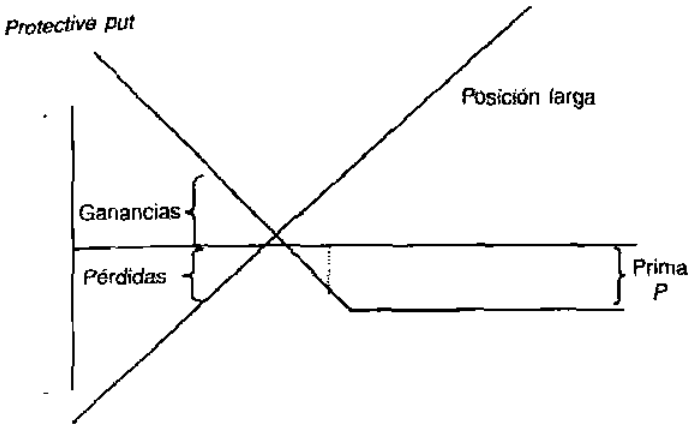
6.7.1 Estrategias de cobertura

Existen dos estrategias básicas de cobertura con opciones conocidas en el mercado como: *covered call* y *protective put*. El *covered call* consiste en adquirir una opción de compra cuando se tiene una posición corta en algún instrumento (bien subyacente):

Covered call



El *protective put* consiste en adquirir una opción de venta cuando se tiene una posición larga en algún instrumento (bien subyacente):



6.7.2 Valor de una opción. Modelo de Black-Scholes

Los modelos de valuación de opciones constituyen uno de los aspectos más importantes en la teoría financiera. Existen varios modelos para la valuación de opciones; el modelo de Black & Scholes asume que el comportamiento de los precios sigue una distribución lognormal y muestra cómo formar una posición de cobertura con un portafolios que contenga el subyacente (posición larga) y una posición corta de opciones. Mediante argumentos de arbitraje determinan una ecuación diferencial parcial de segundo orden cuya solución representa el precio de la opción. Este modelo es aplicable sólo a opciones europeas. A continuación se presenta la fórmula de Black-Scholes para la valuación de opciones de compra (*call*):

$$C = SN(d_1) - K\,e^{-rt}\,N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left[r + \frac{\sigma^2}{2}\right]t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

donde:

S = valor del bien subyacente.
K = precio de ejercicio de la opción.

r = tasa libre de riesgo.
t = periodo de la opción.
σ = volatilidad del bien subyacente.
$N(d_1)$ y $N(d_2)$ = valores que corresponden a la curva de distribución normal acumulada (el área bajo la curva).

Supuestos del modelo Black-Scholes:

a) La tasa libre de riesgos de corto plazo es conocida y es constante durante la vida de la opción.
b) El precio del valor subyacente se comporta de acuerdo con una caminata aleatoria (*random walk*) en tiempo continuo y la distribución de posibles valores de dicho precio es lognormal. La varianza de rendimientos del valor subyacente es constante durante el periodo de la opción.
c) No se considera el pago de dividendos si el valor subyacente es una opción o el pago de intereses si dicho subyacente es un bono.
d) La opción es "europea", es decir, sólo se ejerce al vencimiento de la opción.
e) Es posible pedir prestado una parte del valor subyacente para comprarlo o mantenerlo, a una tasa de interés libre de riesgo de corto plazo.
f) No hay costos de transacción en la compra o venta del subyacente o la opción.

A continuación se muestra un ejemplo para la valuación de una opción *call*, utilizando la fórmula de Black-Scholes:

Sea una opción con un precio de ejercicio de \$35, un plazo de 3 meses y la volatilidad de los rendimientos del subyacente sea 10% anual. La tasa de interés libre de riesgo es de 15% y el valor de mercado del bien subyacente es de \$38.

En primer lugar, deben calcularse los valores de d_1 y d_2 de la siguiente forma:

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{38}{35}\right) + \left(0.15 + \frac{0.10^2}{2}\right) \times 0.25}{0.10 \times \sqrt{0.25}} = 2.4198$$

$$d_2 = 2.4198 - 0.10 \times \sqrt{0.25} = 2.3698$$

En las tablas de una distribución normal estandarizada, podemos determinar que:

$N(d_1) = 0.9920$
$N(d_2) = 0.9909$

Por tanto, tenemos que el valor de la opción *call*:

$$C = 0.9920 \times 38 - 35 \times 0.9909 \times e^{-0.25 \times 0.35} = 4.29$$

Nótese que se trata de una opción muy valiosa (su valor es 11.29% del subyacente) en virtud de estar dentro del dinero. También vale la pena señalar que la probabilidad de que la opción termine dentro del dinero es $N(d_2) = 0.9909$.

Existen modificaciones al modelo de Black-Scholes: para el caso de acciones que pagan dividendo, el modelo se conoce como Miller; para el caso de monedas o tipos de cambio se denomina Garman-Kolhgahen; y para el caso de valuación de opciones de tasas de interés, el modelo es el de Black.[4]

Un modelo alternativo es el de Cox y Rubinstein, también denominado modelo binomial, que parte del concepto de *replication*. Es decir, que una opción de compra puede ser reproducida sintéticamente mediante la posición larga en el subyacente adquirida con la emisión de un bono o instrumento de renta fija. Este modelo es aplicable a opciones americanas.

6.7.3 *Modelo de paridad* put-call

La paridad *put-call* es una relación muy importante en opciones, ya que permite calcular el valor de la opción de venta *put*, conociendo el valor de la opción de compra *call*. Este modelo es el siguiente:

$$C + Ke^{-rt} = P + S$$

Se muestra que con el valor de la opción *call*, con un cierto precio de ejercicio K y cierta fecha de vencimiento t, se puede deducir el valor de una opción *put* con el mismo precio de ejercicio y misma fecha de vencimiento, y viceversa.

6.7.4 *Medidas de sensibilidad al precio de la opción*

6.7.4.1 *Delta*

La sensibilidad del precio de la opción a los movimientos del bien subyacente es lo que se conoce como la delta. Tomando la derivada parcial del precio de una opción de compra (*call option*) de la fórmula de Black-Scholes, se tiene:

$$\Delta_c = \frac{\partial C}{\partial S} = N(d_1)$$

De la misma manera, la delta de una opción de venta (*put option*) es la siguiente:

$$\Delta_p = \frac{\partial P}{\partial S} = N(d_1) - 1$$

La delta es muy útil para la cobertura en opciones. Este indicador significa el "equivalente en subyacentes" que se necesita comprar o vender para cubrir una opción.

Por ejemplo, si la delta de una opción de 100 acciones es igual a 0.45, se requiere comprar o vender (según sea el caso) 45 acciones para lograr la "cobertura delta".

6.7.4.2 Gamma

Debido a que la delta de la opción se modifica continuamente como consecuencia de los cambios en el valor subyacente, es importante medir estos cambios. La gamma se define como la sensibilidad de la delta a cambios en el subyacente. También se le conoce como la segunda derivada del precio de la opción respecto al valor subyacente. De acuerdo con la fórmula de Black-Scholes:

$$\gamma_c = \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = \frac{\partial \Delta}{\partial S}$$

$$\gamma_c = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{t}} \quad \text{donde:} \quad N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5 d_1^2}$$

La gamma es un indicador de qué tan frecuentemente debe rebalancearse un portafolios para lograr una adecuada cobertura delta.

Por ejemplo, considere una opción con las siguientes características:

$S = 100$
$K = 110$
$T = 0.5$
$r = 0.08$
$\sigma = 0.3$

La delta de esta opción será $\Delta = 0.4384$ y la gamma será $\gamma = 0.0186$, lo que significa que la delta podría incrementarse en 0.0186 para alcanzar 0.4570, si el valor subyacente sube de 100 a 101.

La gamma de una opción de venta o *put option* es simplemente la gamma de la opción de compra pero negativa, de tal suerte que las gammas de opciones de compra siempre son positivas y las de opciones de venta siempre son negativas.

6.7.4.3 Theta

La theta es la sensibilidad del precio de la opción al periodo que le resta a la opción para que expire. En la fórmula de Black-Scholes la ecuación es la siguiente:

$$\theta_c = \frac{\partial c}{\partial t} = \left[\frac{S\sigma}{2\sqrt{t}}\right] N\,(d_1) + K\,e^{-rt}\,rN(d_2)$$

Los operadores de opciones rara vez calculan la theta. Prefieren recalcular el precio de la opción con un día menos al vencimiento. Esto es más práctico y más intuitivo.

Para entender el significado de esta variable, la theta en el ejemplo arriba mencionado arroja un valor de 11.37, lo que significa que el precio de la opción disminuirá en 11.37 por cada reducción en un año del plazo de la opción; por tanto, en un día el precio se reducirá 11.37/365 = 0.0312.

6.7.4.4 Rho

La rho es la sensibilidad del precio de la opción a cambios en las tasas de interés libres de riesgo:

$$\rho_c = \frac{\partial c}{\partial r} = tK\,e^{-rt}\,N(d_2)$$

6.7.4.5 Vega

La vega es la sensibilidad del precio de la opción a cambios en la volatilidad del subyacente. También se le conoce como kappa o lambda. Formalmente es:

$$v_c = \frac{\partial c}{\partial \sigma} = S\sqrt{t}\,N\,(d_1)$$

6.7.5 Valor de una opción de divisas. Modelo de Garman-Kohlhagen

Para el caso particular de divisas, a continuación se presenta el modelo de una modificación a Black-Scholes, que se denomina Garman-Kohlhagen:

Opción *call*:

$$C = S\,e^{-Rt}\,N(d_1) - K\,e^{-rt}\,N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - R + 0.5\,\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Donde:

C = valor de la opción *call*.
S = tipo de cambio *spot*.
K = precio de ejercicio de la opción.
r = tasa de interés doméstica de México (Cetes al plazo de la opción).
R = tasa de interés externa (Estados Unidos: treasury bills al plazo de la opción).
σ = desviación estándar de los rendimientos diarios del tipo de cambio *spot*.
$N(d_1)$ y $N(d_2)$ = área bajo la curva de la distribución normal estandarizada [hay una instrucción en Excel que da este parámetro: normsdist(x)].

Opción *put*:

$$P = K\,e^{-rt}\,N(-d_2) - SN(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - R + 0.5\,\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Donde:

P = valor de la opción *put*.
S = tipo de cambio *spot*.
K = precio de ejercicio de la opción.
R = tasa de interés doméstica de México (Cetes al plazo de la opción).
r = tasa de interés externa (Estados Unidos: treasury bills al plazo de la opción).
σ = *desviación* estándar de los rendimientos diarios del tipo de cambio *spot*.
$N(d_1)$ y $N(d_2)$ = área bajo la curva de la distribución normal estandarizada [hay una instrucción en Excel que da este parámetro: normsdist(x)].

6.7.6 Valor de una opción de tasas de interés

Cuando se trata de una opción sobre algún instrumento de deuda, también se ha propuesto una modificación al modelo de Black & Scholes. A este modelo se le conoce como de Black (1976). Para una opción de compra el modelo es el siguiente:

$$C = [FN(d_1) - KN(d_2)]e^{-rt}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{F}{K}\right] + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left[\frac{F}{K}\right] - \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Donde F es el precio futuro del valor subyacente y los demás parámetros son los que se especifican en el modelo de Black & Scholes.

A continuación se muestra un ejemplo para la aplicación de la fórmula de Black:

Sea una opción cuyo subyacente es la TIIE de 28 días, su plazo es de 3 meses (0.25 de año), la volatilidad del subyacente es de 18% anual y el precio de ejercicio es de 9.5% anual. Asimismo, las tasas de mercado a los plazos de 1, 28, 91 y 119 días son 6.5%, 7.5%, 8.0% y 9.0%, respectivamente.

En primer lugar, se determina la tasa de interés *forward* de 91 días hasta 119 días (91 días + 28 días):

$$F = \left[\frac{1 + 0.090 \times \frac{119}{360}}{1 + 0.08 \times \frac{91}{360}} - 1\right]\frac{360}{28} = 12.04\%$$

Posteriormente se determina el valor de d_1 y d_2:

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{12.04}{9.5}\right) + \left(\frac{0.18^2}{2}\right) \times 0.25}{0.18 \times \sqrt{0.25}} = 2.6777$$

$$d_2 = 2.6777 - 0.18 \times \sqrt{0.25} = 2.5877$$

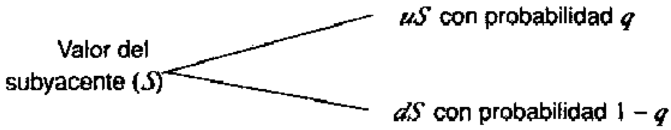
$$N(d_1) = 0.9962$$
$$N(d_2) = 0.9951$$

y por tanto, el valor de la opción *call* es:

$$C = e^{-0.25\times0.08}\left[12.04\times0.9962-9.50\times0.9951\right]=2.49$$

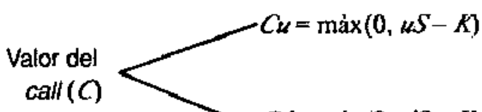
6.7.7 Valuación de una opción. Modelo de Cox-Rubinstein o binomial

El modelo de Cox-Rubinstein o binomial para valuar opciones se aplica a opciones americanas (aquellas en las que el tenedor de la opción podría ejercer su derecho en cualquier momento durante la vida del contrato) y consiste en asumir que el valor del bien subyacente (el precio de una acción, por ejemplo) se comporta bajo un proceso multiplicativo binomial en periodos discretos. El movimiento de la acción podría ser ascendente o descendente, de acuerdo con el siguiente diagrama:



Donde u es igual a uno más el incremento porcentual del valor subyacente (precio de la acción), si éste sube, y d es igual a uno menos el decremento porcentual del valor subyacente (precio de la acción), si éste baja. También se supone que la tasa de interés libre de riesgo es constante y positiva durante los periodos en estudio y, asimismo, se asume que no hay pagos de impuestos ni costos de transacción.

Para valuar una opción de compra o *call* cuando sólo se tiene un periodo, se debe calcular el valor de dicha opción si el precio de la acción sube (Cu) o baja (Cd), de la siguiente manera:



Donde K es el precio de ejercicio de la opción. Si ahora se intenta formar un portafolios con un monto específico de acciones (Δ) y bonos libres de riesgo o valores gubernamentales (B), el costo de tal portafolios será $S\Delta + B$, y al final del periodo se tendrá:[5]

$uS\Delta + rB$ con probabilidad q

$S\Delta + B$

$dS\Delta + rB$ con probabilidad $1 - q$

Si se igualan los valores del portafolios al final del periodo con los de la opción *call*, se consigue lo siguiente:[6]

$$uS\Delta + rB = Cu$$
$$dS\Delta + rB = Cd$$

Resolviendo simultáneamente estas ecuaciones se tiene:

$$\Delta = \frac{Cu - Cd}{(u-d)S}$$

$$\text{y} \quad B = \frac{uCd - dCu}{(u-d)r}$$

Que son los valores de Δ acciones y B bonos que replican o reproducen el comportamiento de la opción *call*. Cabe hacer notar que estos valores son los que evitarían que se realizaran arbitrajes en los mercados, ya que el valor de la opción no podría ser menor que el valor de la cartera $S\Delta + B$, pues en este caso un inversionista compraría la opción y vendería en corto la cartera. Si el valor de la opción fuera mayor al valor de la cartera, el inversionista compraria la cartera y vendería la opción en el mercado, realizando en ambos casos una ganancia sin riesgo o arbitraje financiero. Por este motivo se dice que los valores de Δ y B son valores de no arbitraje.

Si lo anterior es cierto, se puede concluir que el valor de la opción *call* debe ser igual al valor de la cartera, como sigue: $C = S\Delta + B$, y sustituyendo los valores de Δ y B en esta ecuación, se tiene lo siguiente:

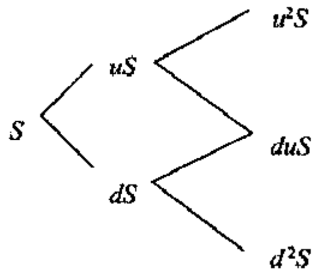
$$C = \frac{pCu + (1-p)Cd}{r}$$

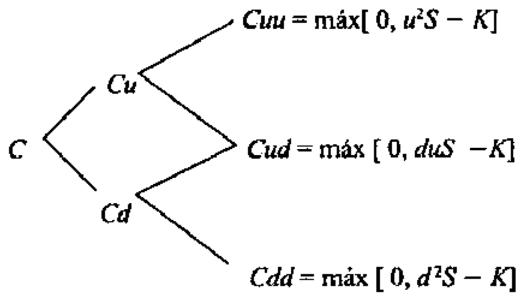
Donde $p = \dfrac{a-d}{u-d}$, $a = e^{r_f * \Delta t}$ y r_f es la tasa libre de riesgo. Note que p siempre será positivo y menor que la unidad, por lo que de hecho se considera una probabilidad, es decir, p es el valor de la probabilidad q si el inversionista fuera neutral al riesgo.

Esta fórmula tiene importantes caracteristicas. En primer lugar, la probabilidad q no aparece en la fórmula, lo cual significa que funciona aun si diversos inversionistas tienen una probabilidad subjetiva en el sentido de si el precio del bien subyacente subirá o bajará. En segundo lugar, el valor de la opción *call* no depende de la actitud del inversionista frente al riesgo y, por último, la única variable aleatoria de la que depende el valor de dicha opción es el precio del valor subyacente en sí mismo.

Para obtener los valores de u y d se aplican las siguientes relaciones: $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ y $d = \frac{1}{u}$, en donde σ es la desviación estándar de los rendimientos del valor subyacente en un periodo Δt.

Generalizando el modelo binomial con más periodos, el procedimiento es enteramente semejante. En este caso, tomar dos periodos es suficiente para propósitos didácticos. Entonces, el comportamiento del bien subyacente y la opción *call*, sería como sigue:





De manera semejante al procedimiento que se siguió para un periodo, se hace para dos periodos y se obtienen las ecuaciones siguientes:

$$Cu = \frac{pCuu + (1-p)Cud}{r} \text{ y } Cd = \frac{pCdu + (1-p)Cdd}{r}$$

Que son ecuaciones muy similares a la que se obtuvo en el caso de un solo periodo; de tal manera, para n periodos se tendrían ecuaciones similares.

Vale la pena señalar que en el caso de opciones americanas, es necesario verificar en *cada uno de los nodos de la opción lo siguiente:*

$$\text{máx}(C_u, uS - K)$$
$$\text{máx}(C_d, dS - K)$$

Lo anterior es para los nodos del segundo periodo, pero para los demás nodos es igual.

Una vez explicado el modelo binomial, vale la pena realizar un ejemplo: considere una opción cuyo precio de ejercicio es de \$42, el valor del subyacente de \$40 y la volatilidad del *subyacente de 10% anual. La tasa libre de riesgo es de 15% y la* vigencia de la opción es de tres meses (desde el 1 de enero hasta el 31 de marzo del 2001).

A continuación se muestra el valor de la opción *put-call*, considerando cinco periodos en el árbol binomial:

					Call	*Put*
Precio	\$40	T-t =	0.24722	Valor	\$0.57	\$2.00
Precio de ejercicio	\$42	dt =	0.04944	Delta	0.31	-0.92
Inicio	01/01/2001	u =	1.02249	Gamma	0.20273	0.0834
Expiración	31/03/2001	d =	0.97801	Theta	-2.8728	0
Tasa de interés	15.00%	a =	1.00744			
Volatilidad	10.00%	p =	0.66182			
Dividendos	0.00%					

						\$44.70 \$2.70 \$0.00
					\$43.72 \$2.03 \$0.00	
				\$42.76 *\$1.50* \$0.12		\$42.76 *\$0.76* \$0.00
			\$41.82 \$1.10 \$0.45		\$41.82 \$0.50 \$0.37	
		\$40.90 \$0.79 \$1.10		\$40.90 \$0.33 \$1.10		\$40.90 \$0.00 \$1.10
Precio *Call* *Put*	\$40.00 \$0.57 \$2.00		\$40.00 \$0.22 \$2.00		\$40.00 \$0.00 \$2.00	
		\$39.12 *\$0.14* \$2.88		\$39.12 *\$0.00* \$2.88		\$39.12 *\$0.00* \$2.88
			\$38.26 \$0.00 \$3.74		\$38.26 \$0.00 \$3.74	
				\$37.42 \$0.00 \$4.58		\$37.42 \$0.00 \$4.58
					\$36.60 \$0.00 \$5.40	
						\$35.79 *\$0.00* \$6.21

6.7.8 Valor de una opción americana para divisas: modelo de Barone-Adesi & Whaley

Para calcular el precio de una opción americana para divisas se utiliza la aproximación Barone-Adesi & Whaley (BAW), que se basa en el modelo de Garman-Kohlhagen para opciones europeas, descrito anteriormente.

Considerando que una opción tipo americano se puede ejercer en cualquier momento antes de su vencimiento, se han desarrollado varios modelos que permiten determinar una aproximación al precio de la prima de ésta. Uno de estos modelos, con amplio reconocimiento en la bibliografía especializada, es la aproximación Barone-Adesi & Whaley (BAW). Este modelo permite determinar el precio de una opción americana tomando como base el modelo Garman-Kohlhagen y su formulación es la siguiente:

$$C(S)=\begin{cases} c(S)+A_2\left(\dfrac{S}{S^*}\right)^{\gamma_2}; S<S^* \\ S-X; S\geq S^* \end{cases}$$

donde:

$C(S)$ = precio del *call* americano valuado usando la aproximación Barone-Adesi & Whaley.
$c(.)$ = precio del *call* valuado por el modelo Garman-Kohlhagen.
S^* = tipo de cambio crítico arriba del cual la opción debe ejercerse antes del vencimiento; se estima haciendo uso de métodos numéricos al resolver la siguiente ecuación:

$$S^* - X = c(S^*) + \{1-e^{-qT}N[d_1(S^*)]\}\frac{S^*}{\gamma_2}$$

Similarmente se tiene que el precio del *put* americano es:

$$P(S)=\begin{cases} p(S)+A_1\left(\dfrac{S}{S^{**}}\right)^{\gamma_1}; S>S^{**} \\ X-S; S\leq S^* \end{cases}$$

donde:

$P(S)$ = precio del *put* americano valuado usando la aproximación BAW.
$p(.)$ = precio del *put* valuado por el modelo Garman-Kohlhagen.
S^* = tipo de cambio crítico abajo del cual la opción debe ejercerse antes del vencimiento; se estima haciendo uso de métodos numéricos al resolver la siguiente ecuación:

$$X - S^{**} = p(S^{**}) - \left\{1 - e^{-qT} N\left[-d_1(S^{**})\right]\right\} \frac{S^{**}}{\gamma_1}$$

Adicionalmente se tiene que:

$$\alpha = \frac{2r}{\sigma^2}$$

$$\beta = \frac{2(r-q)}{\sigma^2}$$

$$\gamma_1 = \left[-(\beta - 1) - \sqrt{(\beta - 1)^2 + \frac{4\alpha}{h}}\right] \Big/ 2$$

$$\gamma_2 = \left[-(\beta - 1) + \sqrt{(\beta - 1)^2 + \frac{4\alpha}{h}}\right] \Big/ 2$$

$$A_1 = -\left(\frac{S^{**}}{\gamma_1}\right)\left\{1 - e^{-qT} N\left[-d_1(S^{**})\right]\right\}$$

$$A_2 = \left(\frac{S^{*}}{\gamma_2}\right)\left\{1 - e^{-qT} N\left[d_1(S^{*})\right]\right\}$$

$$d_1(S) = \frac{\ln\left(S/X\right) + \left(r - q + \sigma^2/2\right) * T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$h(\tau) = 1 - e^{-r\tau}$$

6.8 *Swaps* de tasa de interés

La definición básica de *swaps* de tasa de interés es la siguiente:

- Es un acuerdo entre dos partes,
- para intercambiar flujos de efectivo periódicos, en fechas previamente establecidas en el futuro y basadas en un monto denominado nocional o principal,

- denominados en la misma moneda,
- pero calculados en diferentes bases (tasas de interés): una parte paga flujos de efectivo basados en una *tasa fija* y otra parte paga flujos de efectivo basados en una *tasa flotante*,
- no se intercambian el monto principal, sólo intereses.

El *swap* de tasa de interés más común es el intercambio de tasa fija por tasa flotante en relación con un monto denominado nocional. Por ejemplo, una parte acuerda pagar un flujo de efectivo fijo semestral a una tasa de 15% anual sobre el monto nocional de 100 millones de pesos y recibe de la contraparte un flujo de efectivo basado en la tasa TIIE de 28 días (tasa flotante) sobre el mismo monto nocional.

La contraparte que paga tasa fija se beneficiará si la tasa TIIE de 28 días se incrementa por arriba de 15% anual, pero perderá si dicha tasa de referencia es menor que 15%. Un *swap* de tasa de interés es similar a la operación y definición de un futuro de tasa de interés o de un FRA, pero opera para múltiples periodos.

Los *swaps* se originaron en la década de 1970 y se desarrollaron con mucha fuerza en la década de 1980. En la actualidad, el mercado de *swaps* en el mundo es superior a los tres trillones de dólares.

Para estandarizar los contratos de *swaps* se creó la Asociación Internacional de Swaps y Derivados (ISDA), que ha homogeneizado las características de los *swaps* a nivel internacional. Sin embargo, hoy en día hay un número importante de características particulares que se deben negociar. Las más importantes son la tasa de interés fija que regirá durante la vigencia del contrato, la frecuencia de los pagos (mensual, trimestral, semestral o anual), la tasa flotante de referencia y la convención de los días que hay que aplicar (360 o 365 días al año).

El primer pago ocurre al final del periodo inicial y las contrapartes únicamente se liquidan el neto de la posición (la diferencia entre ambos flujos de efectivo). En lugar de que cada contraparte pague su flujo de efectivo a la otra, simplemente el deudor neto le paga al acreedor neto la diferencia resultante de los flujos de efectivo. El ciclo se repite hasta el pago final, que se realiza al vencimiento del contrato que generalmente es de tres a diez años.

Los pagos de interés fijos se determinan de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$F^x = VN \times r^x \times \left(\frac{t}{Base}\right)$$

Donde:

F^x = pago de interés fijo.
VN = monto principal o nocional.

r^{f} = tasa de interés fija pactada en el *swap*.
t = número de días por liquidar del periodo valuado.
$Base$ = convención de número de días al año (360 o 365).

Los pagos de interés de flujo flotante se determinan de acuerdo con lo siguiente:

$$F^{f} = VN \times r^{f} \times \left(\frac{t}{Base} \right)$$

Donde:

F^{f} = pago de interés flotante.
VN = monto principal o nocional.
r^{f} = tasa de interés *forward* para el periodo t.
t = Número de días por liquidar del periodo valuado.
$Base$ = convención de número de días al año (360 o 365).

No obstante que en los *swaps* de tasa de interés no se intercambia el monto principal, ambas partes deben acordar fijar un monto nocional, así como la moneda en que se realizará el *swap*.

Como ejemplo, considere un *swap* de tasas de interés que tiene las siguientes características:

Principal	\$100'000,000
Tasa fija	15%
Tasa flotante	TIIE de 28 días
TIIE de 28 días hoy (2001)	12%
Convención de días/año	360
Fecha de firma del contrato	Febrero 4, 2001
Fecha efectiva de inicio	Febrero 6, 2001
Fecha de vencimiento	Febrero 6, 2006
Frecuencia de pagos	Anual (febrero 6 de cada año)

Suponga que la tasa TIIE de 28 días será 13%, 14%, 15%, 16% y 17% en los sucesivos próximos cinco años. La siguiente tabla ilustra los flujos de efectivo que se presentan en este ejemplo, desde el punto de vista del que paga tasa fija:

Ejemplo de *swap* de tasa de interés

Fecha	Días del año	Tasa flotante	Flujos de tasa flotante	Tasa fija	Flujos de tasa fija	Flujo neto
6-Feb-01	365	12.0%		15.0%		
6-Feb-02	365	13.0%	12,166,666.7	15.0%	15,208,333.3	-3,041,666.7
6-Feb-03	365	14.0%	13,180,555.6	15.0%	15,208,333.3	-2,027,777.8
6-Feb-04	365	15.5%	14,194,444.4	15.0%	15,208,333.3	-1,013,888.9
6-Feb-05	366	16.0%	15,758,333.3	15.0%	15,250,000.0	508,333.3
6-Feb-06	365	17.0%	16,222,222.2	15.0%	15,208,333.3	1,013,888.9

Note que el flujo de tasa fija es diferente en el año 2005. Esto se debe a que la convención establecida para este *swap* fue de 360 días y en el año 2005 aparecen 366 días. También es interesante observar que la parte que paga tasa fija es el deudor neto los primeros tres años y es el acreedor los dos últimos años, como consecuencia del alza en la tasa flotante TIIE de 28 días. Éste es un *swap* típico conocido como *plain vanilla swap*.

Es importante subrayar que los pagos de tasa flotante se realizan conociendo la tasa por adelantado. Es decir, que la tasa TIIE conocida hoy (del 12%) sirve de base para el pago dentro de un año, y así sucesivamente. Debido a que las tasas flotantes no se conocen desde que se pacta el *swap*, es necesario, para propósitos de valuación, estimar las tasas *forward* y suponer que se cumplen, como se indica a continuación.

6.8.1 Valuación de swap de tasa de interés

Si la posición del *swap* es larga, su valor debe calcularse con el valor presente de los flujos netos del *swap* de la siguiente manera:

$$Valor_{swap} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(F_i^f - F_i^x\right)}{1 + r_i \times \left(\frac{t}{Base}\right)}$$

Si la posición del *swap* es corta, su valor debe calcularse con el valor presente de los flujos netos del *swap* de la siguiente manera:

$$Valor_{swap} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(F_i^* - F_i^f\right)}{1 + r_i \times \left(\frac{t}{Base}\right)}$$

Donde:

$Valor_{swap}$ = valor del *swap*.
n = número de periodos que componen el *swap*.
r = tasa *spot* para el periodo t.
t = número de días por liquidar del periodo valuado.
$Base$ = convención de número de días al año (360 o 365).

En la siguiente página se muestra un ejemplo en la valuación de un *swap* de tasas de interés considerando 2 años de plazo, pagos trimestrales y la tasa TIIE de 28 días como referencia para la tasa flotante. El ejemplo está realizado desde la perspectiva que la contraparte A paga tasa fija y B paga tasa flotante (véase pág. 136).

6.9 VaR de *swaps* de tasa de interés

Un *swap* de tasa de interés permite a un inversionista intercambiar flujos de tasas fijas por flujos de tasas flotantes, y viceversa. Un *swap* puede descomponerse en dos partes: la fija y la flotante. También puede verse como la suma de varios contratos de FRA. El valor en riesgo se obtiene considerando varios FRA. Para ilustrar dicho cálculo, a continuación se presenta un ejemplo: considere un *swap* de tasa de interés con valor nocional de 100 millones de pesos a cinco años de plazo y con pagos anuales. La tasa fija del *swap* se pacta en 6.50% anual y la tasa flotante será Libor.

El primer año el contrato promete pagar 100 millones más el pago del cupón de 6.50%: descontado éste a valor presente a la tasa de mercado, que es 5.81%, se obtienen 100.65 millones. Éste sería un FRA 0 × 1.

El segundo año se presenta un FRA 1 × 2, que promete pagar 100 millones más el monto del cupón en dos años, o 106.5 millones, que descontados a valor presente

Valuación de un *swap* de tasas de interés en pesos

Monto nocional	$100,000,000	
A	Entrega tasa fija	12.50%
B	Paga tasa flotante	TIIE 91 días
Plazo	2 años	
Periodo de pago	Cada 91 días	
Fecha de inicio	22-junio-2001	
Fecha de vencimiento	20-junio-2003	

Fecha	Plazos	Curva de tasas TIIE
22-junio-01	1	10.7533
	91	12.4177
	182	13.0831
	273	13.4930
	364	13.8222
	455	14.1205
	546	14.4060
	637	14.6868
	728	14.9669

Fecha de pago	Días en el periodo	Días transcurridos	Flujo fijo A	Tasas *forward*	Flujo flotante B	Flujo neto	Valor presente de cada flujo
21-sep-01	91	91	$3,159,722.22	12.4177%	$3,138,918.61	$ (20,803.61)	$ (20,170.48)
21-dic-01	91	182	$3,159,722.22	13.3301%	$3,369,547.91	$209,825.69	$196,808.33
22-mar-02	91	273	$3,159,722.22	13.4248%	$3,393,503.52	$233,781.30	$212,080.78
21-jun-02	91	364	$3,159,722.22	13.4351%	$3,396,093.53	$236,371.31	$207,387.32
20-sep-02	91	455	$3,159,722.22	13.4359%	$3,396,303.19	$236,580.97	$200,753.08
20-dic-02	91	546	$3,159,722.22	13.4357%	$3,396,238.91	$236,516.69	$194,106.23
21-mar-03	91	637	$3,159,722.22	13.4360%	$3,396,312.87	$236,590.65	$187,789.02
20-jun-03	91	728	$3,159,722.22	13.4359%	$3,396,306.70	$236,584.48	$181,615.89
						VP total:	**$1,360,370.17**

a dos años, con la tasa de mercado a ese plazo que es de 5.93%, resulta un monto de 94.91 millones. Esto es en intercambio de un flujo de 100 millones en un año, que descontado a valor presente a la tasa de 5.81% da 94.91 millones.

En la página siguiente se presenta el ejercicio para los cinco años. Finalmente, la volatilidad del portafolios de FRA se obtiene de la manera usual con la matriz de varianza-covarianza y el vector de posiciones. El valor en riesgo se obtiene simplemente multiplicando el factor de nivel de confianza, la volatilidad, la posición total y la raíz del horizonte del VaR.

6.10 *Swaps* de divisas

Un *swap* de divisas es similar a uno de tasa de interés, excepto que:

- Las monedas de los dos flujos del *swap* son diferentes.
- Siempre hay intercambio de principal al vencimiento.
- Los flujos o pagos pueden ser:
  - Ambos de tasa fija.
  - Ambos de tasa flotante.
  - Uno de tasa fija y otro de tasa flotante.

Para obtener la valuación de un *swap* de divisas, el procedimiento es semejante al de *swap* de tasa de interés, únicamente que es necesario aplicar el tipo de cambio de las divisas de que se trate; es decir, el valor de un *swap* de divisas también es el valor presente de los flujos netos del *swap*:

$$V = S B_e - B_d$$

Donde V es el valor del *swap* de divisas, S el tipo de cambio *spot* expresado en número de unidades de la moneda doméstica por unidad de moneda externa, Be el valor presente de los bonos cupón cero (pagos del *swap*) en moneda externa y Bd el valor presente de los bonos cupón cero en moneda doméstica.

Por lo anterior, el valor del *swap* estará determinado por la estructura de tasas en la moneda doméstica, la estructura de tasas en la moneda externa y el tipo de cambio *spot* (véase pág. 138).

Valor en riesgo de un contrato de *swap* de tasa de interés

Posición = 100 millones de pesos
Plazo del contrato = 5 años
Tasa fija acordada = 6.50%
Tasa flotante acordada = Libor

Monto del cupón $6.50

Plazo	Curva de tasas (anual)	Volatilidad de tasas (diaria)
1	5.81%	0.2017%
2	5.93%	0.4206%
3	6.03%	0.6352%
4	6.13%	0.8455%
5	6.22%	1.0386%

	FRA: 0 × 1 VP de pos. equiv.	Plazo
Posición en t =	0.00	0
Posición en T =	-100.65	1
	FRA: 1 × 2	
Posición en t =	94.51	1
Posición en T =	-94.91	2
	FRA: 2 × 3	
Posición en t =	89.12	2
Posición en T =	-89.33	3
	FRA: 3 × 4	
Posición en t =	83.88	3
Posición en T =	-83.95	4
	FRA: 4 × 5	
Posición en t =	78.82	4
Posición en T =	-78.77	5

Matriz de volatilidad de precios:

	1	2	3	4	5
1	0.20%	0	0	0	0
2	0	0.42%	0	0	0
3	0	0	0.64%	0	0
4	0	0	0	0.85%	0
5	0	0	0	0	1.04%

Matriz de correlaciones:

	1	2	3	4	5
1	1	0.897	0.886	0.866	0.855
2	0.897	1	0.990	0.980	0.970
3	0.886	0.990	1	0.990	0.990
4	0.866	0.980	0.990	1	1
5	0.855	0.970	0.990	1	1

Vector de posición		Pesos:
1	-6.14	6.06%
2	-5.79	5.72%
3	-5.45	5.38%
4	-5.12	5.06%
5	-78.77	77.77%
	-101.28	100.00%

Volatilidad = 0.9183%

VaR (5 días) = $4.8460 millones

A continuación se muestra un ejemplo numérico de un *swap* de divisas peso-dólar, en cuyo caso ambos flujos son flotantes:

Valuación de Swap de divisas

Monto nocional en US dólares = 100 millones
Monto nocional en pesos = 950 millones

Tipo de cambio (peso/dólar) = 9.5

Días	Tasas en pesos	Tasas *forward*	Flujo en pesos	Días	Tasas en dólares	Tasas *forward*	Flujo en dólares	Flujo neto en pesos	Valor presente del flujo neto
182	6.50%	6.50%	31.2181	182	2.30%	2.30%	1.1628	20.1717	19.5299
364	11.00%	15.01%	72.0746	364	2.44%	2.55%	1.2893	59.8259	53.8379
546	11.50%	11.25%	54.0256	546	2.45%	2.41%	1.2187	42.4486	36.1444
728	12.43%	12.96%	62.2422	728	2.50%	2.56%	1.2917	49.9708	39.9331
									149.4453

Notas

1. Próximamente el Mexder listará el contrato del Bono de tasa fija que emite el Gobierno Federal.
2. Galitz C. Lawrence. *Financial Engineering: Tools and techniques to manage financial risk.* Irwin, 1995.
3. Ibid.
4. Íbid.
5. Es importante destacar que una opción de compra (*call option*) se puede replicar con la adquisición del subyacente, mediante un préstamo; por ello, es válido que $C = \Delta S + B$, donde Δ es el número de subyacentes adquiridos a un precio S y mediante un préstamo con valor de B.
6. Note que para simplificar la fórmula se estableció que $r = 1 + r_f$, donde r_f es la tasa libre de riesgo.

CAPÍTULO 7

Modelo Montecarlo

El modelo Montecarlo para valuar opciones y calcular el valor en riesgo merece un capítulo especial. Su complejidad consiste en la generación de números aleatorios y la aplicación del modelo de Wiener al considerar el movimiento de los factores de riesgo como "movimiento geométrico Browniano", es decir, de caminata aleatoria o *random walk*.

Modelo Montecarlo

La simulación de Montecarlo consiste en crear escenarios de rendimiento o precios de un activo mediante la generación de números aleatorios. Posteriormente se observa el comportamiento del activo simulado.

Este modelo es particularmente útil cuando se pretende calcular el valor en riesgo de productos derivados, como futuros, opciones y *swaps*. En el caso de productos derivados no lineales es el método más eficaz para medir el riesgo; sin embargo, la desventaja que presenta es el consumo de memoria de la computadora que, al generar los diferentes escenarios, podría requerir mucho tiempo.

7.1 Generación de escenarios

Para entender el modelo Montecarlo primero es necesario comprender la manera de crear escenarios mediante la generación de números aleatorios o *random*.

Debido a que los precios de un activo en mercados eficientes se comportan de acuerdo con un proceso estocástico (movimiento geométrico Browniano), la ecuación matemática que representa este proceso es el modelo de Wiener:[1]

$$\frac{ds}{s} = \mu dt + \sigma dz$$

donde

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$$

y, por tanto, $\frac{ds}{s} = \mu dt + \sigma \varepsilon_t \sqrt{dt}$, donde μ es la media de los rendimientos y σ la desviación estándar de los mismos.

El modelo de Wiener indica que los rendimientos de un activo $\left(\frac{ds}{s}\right)$ están determinados por un componente determinístico (μdt) y un componente estocástico

($\sigma\,\varepsilon_t\sqrt{dt}$) que contiene un ruido blanco o choque aleatorio ε_t. En Excel, la función que genera números aleatorios distribuidos normalmente es: NORMSINV (RAND( )).

Ahora bien, este modelo se puede expresar en términos discretos de la siguiente manera:

$$\frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} = \mu\Delta t + \sigma\,\varepsilon_t\sqrt{\Delta t}$$

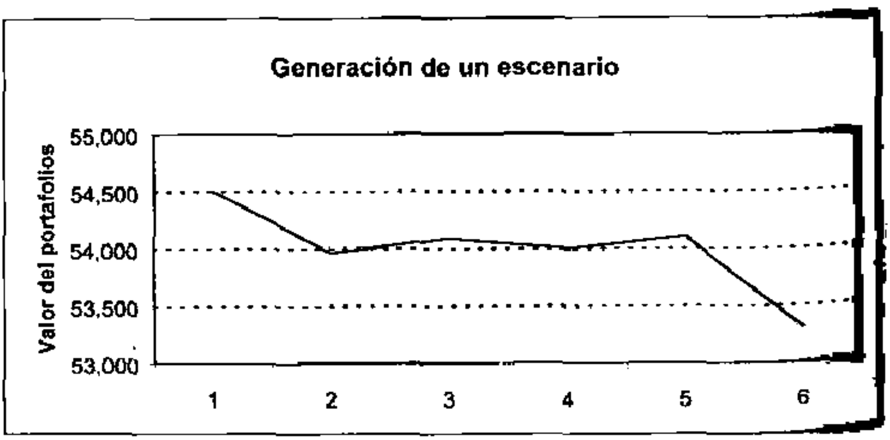
despejando el precio del activo en el tiempo t, se tiene:

$$S_t = S_{t-1} + S_{t-1}(\mu\Delta t + \sigma\,\varepsilon_t\sqrt{\Delta t})$$

Como se puede observar, ésta es una ecuación recursiva. Para crear escenarios basta con generar números aleatorios (alrededor de 10,000), y para determinar el nuevo valor del activo, es claro que dependerá del valor obtenido en el periodo anterior de manera sucesiva. El valor de la media y de sigma permanecen constantes. A continuación se presenta un ejemplo de una simulación de cinco días de plazo.

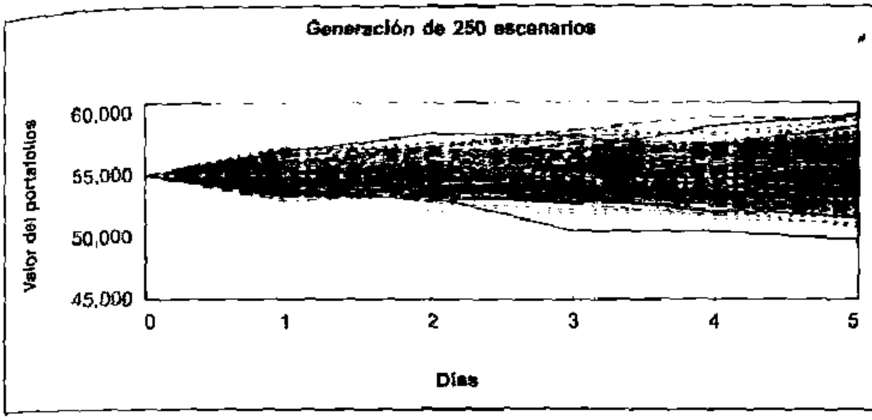
Media de rendimientos =	0.06%
Desv. estándar de rendimientos =	1.43%
Valor del portafolios =	54,498.00

Día	Valor del portafolios	*Random*	Dif. valor port.
0	54,498.00	(0.73)	(533.86)
1	53,964.14	0.12	125.52
2	54,089.65	(0.16)	(88.90)
3	54,000.76	0.10	108.89
4	54,109.64	(1.08)	(802.89)
5	53,306.76	0.68	549.66

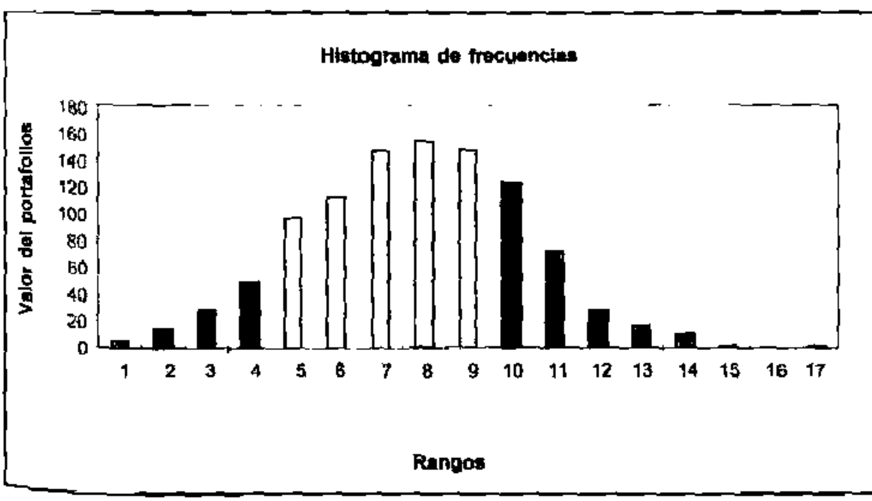


7.2 Valor en riesgo para un activo con el modelo Montecarlo

Haciendo lo mismo pero con 250 escenarios, la gráfica sería la siguiente:



Si se hacen 1,000 escenarios y se grafica el histograma de frecuencias, se observa una curva de distribución muy cercana a la normal, como se muestra a continuación. El valor en riesgo simplemente se obtiene calculando el primer percentil del histograma de frecuencias (considerando un nivel de confianza de 99%).



7.3 Modelo Montecarlo para opciones[2]

El modelo Montecarlo es una alternativa a la fórmula de Black-Scholes para determinar el precio justo de la opción. Con esta metodología es posible determinar el valor en riesgo de una posición con opciones. Este modelo consiste en generar escenarios en el comportamiento del subyacente.

La ecuación que permite simular los precios del subyacente es la siguiente (véase el artículo de Boyle):[3]

$$S_{t+1} = S_t \exp\left[(r - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma \sqrt{t}\, \varepsilon_t \right]$$

Donde S_t es el precio del valor subyacente en el precio t, r la tasa libre de riesgo compuesta continuamente y sigma al cuadrado la varianza del valor subyacente.

Esta simulación permite estimar el valor intrínseco de la opción para cada escenario a valor presente, es decir, para una opción *call* se tiene:

$$g(s) = e^{-rt} \, m\acute{a}x(\tilde{S} - K, 0)$$

Donde K es el precio de ejercicio de la opción.

El promedio aritmético de los valores obtenidos en esta función es el valor de la opción *call:*

$$\bar{g} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} g(s_i)$$

7.3.1 VaR de una opción con modelo Montecarlo

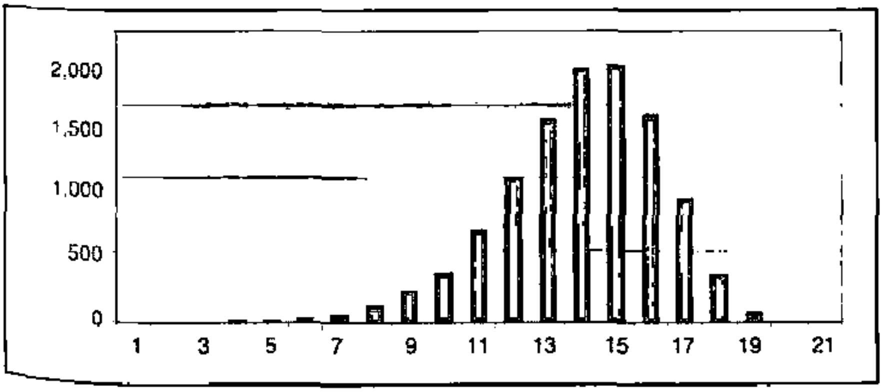
Para calcular el valor en riesgo de una opción se requiere determinar una serie de tiempo de pérdidas y/o ganancias simuladas. Para lograr este objetivo y una vez que se han generado los escenarios en una cantidad suficiente (5,000 a 10,000), las pérdidas y/o ganancias se obtienen de la siguiente manera:

$$\textit{Pérdidas/Ganancias} = g(s) - \overline{g(s)}$$

Donde $g(s)$ es el valor intrínseco de la opción, es decir, el valor de la opción simulada, y $g(s)$ con barra en la parte superior es el promedio de los valores simulados, es decir, el precio de la opción obtenido con el modelo Montecarlo. Note que $g(s)$ cambia con cada escenario, mientras que g(s) con barra en la parte superior es constante. A continuación se presenta un ejemplo para valuar una opción con el modelo Montecarlo y compararlo con el de Black-Scholes.[4]

Valor del subyacente	100.0		Delta =	0 7584	Precio B-S =	14.49
Volatilidad	0.2		d1	0 7010	Precio Montecarlo =	14 4697
Drift	0 1		N(d2)	0.6918		
Periodo de tiempo	1 0					
Precio de ejercicio	98 0					
	media S =	110 4826		VaR =	-14 46972643	
	St dev de S	22 42803	Valor			
	Simulación	**S**	**Intrínseco**		**Pérdidas/Ganancias**	
	1	111 6085	12.3144295		-2.155296685	
	2	131 1048	29 9544828		15.48475641	
	3	111.8852	12 5638301		-1.905896293	
	4	127.3273	26.5363955		12.0666891	
	5	86.3937	0		-14.46972643	
	6	129.8916	28.8567212		14 38699477	
	7	107.2463	8 36639258		-6.103333852	
	8	79.99053	0		-14.46972643	
	9	131.1089	29.9582052		15.48847874	
	10	152.3581	49.1852093		34 71548287	

Para obtener el valor en riesgo, simplemente se toma el primero o quinto percentil de la distribución de pérdidas y/o ganancias, dependiendo del nivel de confianza que se determine, 99 o 95%, respectivamente. El ejemplo anterior sirvió para determinar el precio de una opción *call* y el valor en riesgo de la posición considerando 10,000 escenarios simulados. Por razones de espacio únicamente se muestran las primeras diez simulaciones. El histograma de frecuencias del valor intrínseco de la opción *call* es el siguiente:



7.4 Modelo Montecarlo estructurado

Como se ha visto en los capítulos anteriores, las correlaciones y volatilidades se obtienen de los rendimientos de los activos. Lo que se pretende es generar un número grande de escenarios futuros a partir de rendimientos (entre 5,000 y 10,000). Para obtener el valor en riesgo con el modelo Montecarlo se siguen los siguientes pasos:

1. A partir de la matriz de varianza-covarianza Σ aplicar la descomposición de Cholesky (que se explica adelante) de tal manera que se obtenga la matriz A. La matriz A es tal que $\Sigma = A^T \times A$.
2. Generar una matriz X de 10,000 números aleatorios con distribución normal N(0,1). Recuerde que la instrucción en excel es: =normsinv(rand()).
3. Determinar una matriz $Y = A^T \times X$ donde Y tiene una distribución normal $N(0, \Sigma)$.
4. Generar 10,000 simulaciones de los factores de riesgo mediante $Z = S_0 e^Y$ donde S_0 es el vector de factores de riesgo vigente.
5. Determinar una serie de pérdidas / ganancias mediante: $Z - S_T$. Donde S_T es la posición total del portafolios.
6. El valor en riesgo se obtiene de calcular el percentil correspondiente de la serie de pérdidas/ganancias obtenida.

7.4.1 Descomposición de Cholesky

Considere la siguiente matriz de 2 × 2 de varianza-covarianza:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

donde $\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$

y sean A y A^T las siguientes matrices de 2 × 2:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$$

entonces tenemos que:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{11}a_{12} \\ a_{11}a_{21} & a_{12}^2 + a_{22}^2 \end{bmatrix}$$

De lo anterior se desprende que:

$$\sigma_1^2 = a_{11}^2 \qquad \Rightarrow a_{11} = \sqrt{\sigma_1^2} = \sigma_1$$

$$\sigma_{12} = a_{11}a_{12} \Rightarrow a_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1} = \frac{\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1} = \rho_{12}\sigma_2$$

$$\sigma_2^2 = a_{12}^2 + a_{22}^2 \Rightarrow a_{22} = \sqrt{\sigma_2^2 - a_{12}^2} = \sqrt{\sigma_2^2 - \rho_{12}^2\sigma_2^2} = \sigma_2\sqrt{1-\rho_{12}^2}$$

Una vez que se cuenta con los elementos de la matriz A, podemos ver que la matriz de varianza covarianza se descompone de la siguiente manera:

$$\Sigma = A^T \times A = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ \rho_{12}\sigma_2 & \sigma_2\sqrt{1-\rho_{12}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & \rho_{12}\sigma_2 \\ 0 & \sigma_2\sqrt{1-\rho_{12}^2} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2\rho_{12} \\ \rho_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

Una vez que se ha explicado el procedimiento recursivo para obtener los elementos de la matriz A, en una matriz de dimensiones de 2 × 2, a continuación se establece un resultado más general para una matriz de n × n. Sean i y j los índices que denotan los renglones y columnas de la matriz, los elementos de la matriz A estarán dados por:

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{11}}\left[\sigma_i^2 - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik}^2\right]^{1/2}$$

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{11}}\left[\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik}\,a_{jk}\right]$$

Donde $j = i + 1,\ i + 2, \ldots n$.

Es importante señalar que para aplicar la matriz de Cholesky, la matriz de varianza covarianza debe ser definida positiva, es decir, que todos los "menores" de la matriz sean positivos. El primer menor es el primer elemento de la matriz de varianza covarianza, el segundo menor es el determinante de la submatriz cuadrada de orden 2, el tercer menor es el determinante de la submatriz cuadrada de orden 3, y asi sucesivamente.

Si la matriz de varianza covarianza no es definida positiva, puede ser que la matriz incluye dos factores de riesgo que están perfectamente correlacionados (en cuyo caso el determinante será de cero), o bien puede ser que las volatilidades y correlaciones se obtuvieron con series de tiempo de diferente longitud. En ambos casos sería necesario revisar posibles inconsistencias en la información.

Notas

1. Hull C. John. *Options, Futures and other derivatives*. Prentice Hall, 1997, pp. 210-217.
2. Para más detalles véase Gemmill Gordon. *Options Pricing: An international perspective*. McGraw-Hill, 1993, pp. 94-98 y 143-146.
3. Boyle, Phelim P. *Options: A Montecarlo approach*. Journal of Financial Economics 4, pp. 323-338.
4. Se realizaron 10,000 escenarios pero por razones prácticas sólo se muestran 10.

CAPÍTULO 8

Pruebas de *backtesting* y *stress testing*

La prueba de valores extrèmos o *stress test* es semejante al valor en riesgo, ya que si bien éste indica cuál es la pérdida máxima probable con 95 o 99% de confianza, el *stress test* ofrece una idea clara de lo que se podria perder en 1 o 5% de los casos, es decir, en situaciones de crisis o turbulencia en los mercados.

En tanto, el *backtesting* es una prueba indispensable en la medición de riesgos, ya que permite evaluar la efectividad del modelo de valor en riesgo y, en consecuencia, decidir sobre la conveniencia de calibrarlo.

Pruebas de *backtesting* y *stress testing*

8.1 *Stress testing* (prueba de valores extremos)

La prueba de *stress* o de valores extremos consiste en crear escenarios que respondan a la pregunta "qué pasaría si..." (*what if*), que obliga a los administradores de riesgos a predecir pérdidas en condiciones de desastres financieros o de crisis provocadas por problemas políticos o desequilibrios en la economía de algún país con el que se tenga relación comercial o financiera. Cabe señalar que esta prueba es un complemento del valor en riesgo.

El supuesto más importante en los modelos de riesgo de mercado consiste en que los rendimientos de los activos siguen una curva "normal", la cual puede ser descrita por dos variables (momentos): la media y la desviación estándar (volatilidad). Tanto los modelos para valuar opciones (Black-Scholes y Montecarlo) como el valor en riesgo paramétrico (varianza-covarianza) incorporan este supuesto.

Como ya se señaló en capítulos anteriores, la idea del valor en riesgo consiste en calcular el monto máximo que un portafolios podría perder durante un periodo de tiempo con un nivel de confianza o probabilidad elevado. Para determinar el valor en riesgo se toma el valor extremo izquierdo de la curva normal de rendimientos (*extreme low-probability*), imponiendo un nivel de confianza que en la mayor parte de los casos es de 95 o 99%. Esto significa que si el nivel de confianza es de 99% y el valor en riesgo de un día es de dos millones de pesos, un día de cada 100 días de operación se esperaría una pérdida mayor a dos millones de pesos.

Sin embargo, el valor en riesgo no define el monto que se podría perder en el 1% de las veces y, debido a que en la práctica las curvas normales presentan sesgo y kurtosis o "colas gordas" (*fat tails*), las pérdidas en ese 1% de las veces podrían ser muy altas, de tal suerte que podrían llevar a la institución incluso a la bancarrota.

A continuación se enuncian algunos ejemplos de lo que se menciona:

a) En 1987 se registró una caída estrepitosa del Dow Jones, de tal suerte que del 13 al 19 de octubre este índice disminuyó 31%. El índice Nikkei disminuyó 620 puntos y el IPC mexicano perdió 22% en un día.

b) En 1990 el índice de tasas de interés de Lehman Brothers disminuyó 22.86% entre julio y diciembre, provocando la quiebra de la firma *Drexel Burnham Lambert* y la bancarrota generalizada de las llamadas *Savings and Loans*.

c) En 1994, de manera inesperada, la FED de Estados Unidos anunció un incremento en las tasas de interés de 250 puntos base (2.5%). El banco alemán *Metallgesellschaft* perdió 4,000 millones de dólares; *Kidder Peabody* 3,000 millones de dólares; *Orange County* quebró, perdiendo 1,640 millones de dólares; y *Procter and Gamble* perdió 100 millones de dólares en posiciones de productos derivados. La tasa del FED en febrero de 1994 era de 3%; para noviembre pasó a 5.5%.

d) En 1994 la crisis mexicana elevó las tasas de interés a niveles de 13 a 48.7%, por lo cual el sector financiero se acercó al colapso un año después. El peso se devaluó en más del 100%, el IPC de la bolsa disminuyó 20% y las corredurías más importantes perdieron millones de dólares; por ejemplo, *Bankers Trust* sufrió una pérdida de 157 millones de dólares.

e) El 2 de julio de 1997 se registró una crisis en el Continente Asiático. La moneda coreana, el won, se devaluó 47.44% contra el dólar; la rupia de Indonesia se devaluó 55.9%; el ringgit se depreció 34.8%; el peso filipino disminuyó su valor en 28.3%. Los 10 bancos más importantes de Hong Kong se declararon técnicamente en quiebra con deudas de más de 400 millones de dólares.

f) El 17 de agosto de 1998 Rusia se declaró en insolvencia e incumplió con sus compromisos crediticios. El Dow Jones cayó 4%. George Soros, uno de los más importantes inversionistas internacionales, perdió 4,000 millones de dólares en inversiones hechas en mercados emergentes. En este mismo año las tasas de interés en el mercado mexicano registraron un incremento del 50% y el peso se devaluó 15.4% del 17 de agosto al 10 de septiembre.

g) El 23 de septiembre de 1998 se registró una crisis de liquidez en los mercados y la FED autorizó un apoyo de 3,500 millones de dólares al fondo denominado *Long-Term Capital Management*, un fondo de cobertura que perdió el 52% del total de sus activos y con exposición de riesgo de más de 900,000 millones de dólares. En esta crisis, *Salomon Smith Barney* perdió 300 millones de dólares, *Citicorp* 200 millones de dólares y la empresa *UBS* 600 millones de dólares.

Para modelar las pérdidas potenciales ocasionadas por eventos extraordinarios, como crisis o catástrofes, el consenso en el mercado actual es la realización de pruebas de *stress* o de valores extremos.

En México, la circular 1423 expedida por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores el 25 de enero de 1999, establece en la disposición decimotercera que las instituciones de crédito (bancos) complementarán su medición de riesgos con la realización de pruebas bajo condiciones extremas, que permitan identificar el riesgo que enfrentaría la institución en dichas condiciones y reconocer las posiciones o estrategias que hacen más vulnerable a la propia institución.

En noviembre de 1999, el Banco de México estableció también que tratándose de posiciones de productos derivados, los bancos debían realizar pruebas de *stress*, entre otros aspectos.

Algunas variables que deben considerarse en pruebas de *stress* son las siguientes:

1. Cambios paralelos a la curva de tasas de interés.
2. Cambios no paralelos a la curva de tasas de interés (cambios hacia arriba, curva invertida y curva horizontal).
3. Devaluaciones de tipo de cambio.
4. Liquidez. ¿Qué pasaría si el mercado dificulta deshacer posiciones o cubrir las mismas por problemas de liquidez? Riesgos de fondeo de las posiciones.
5. Incumplimiento de contrapartes.
6. Contagio: considerar que todas las posiciones del portafolios resultan afectadas por movimientos adversos en las variables de mercado. ¿Cuál es el peor escenario y cómo se relaciona con el capital contable de la institución?

8.2 *Backtesting* (verificación y calibración del modelo)

El concepto de *backtesting* es esencial en el proceso de evaluar y calibrar los modelos de medición de riesgos. Es importante para la institución y las autoridades regulatorias verificar periódicamente que el modelo esté midiendo el riesgo adecuadamente. Tanto en el estudio del Grupo de los Treinta (G-30) como del Comité de Basilea se recomienda realizar pruebas de *backtesting* con el fin de verificar si el modelo de VaR es adecuado y, en su caso, realizar ajustes y calibrar el modelo.

Para realizar un *backtesting* es necesario comparar el valor en riesgo *observado* con las pérdidas y/o ganancias *reales*. En dicha prueba lo que se mide es la eficiencia en el modelo, contando las observaciones de pérdidas y/o ganancias que fueron mayores al VaR.

Los pasos a seguir para la elaboración de un *backtesting* son los siguientes:

1. Las pérdidas y ganancias se calculan con cambios en la valuación o *mark-to-market*.
2. Se debe comparar periódicamente el valor en riesgo observado ajustado a un día con las pérdidas y ganancias diarias (el Banco Internacional de Pagos -BIS- recomienda que esta prueba se realice trimestralmente utilizando 250 observaciones, es decir, una ventana de un año).

3. Los errores o excepciones detectados se calculan contando el número de veces que las pérdidas y ganancias exceden al valor en riesgo observado.
4. El nivel de eficiencia del modelo será: número de excepciones/número de observaciones.

Uno de los métodos más utilizados para verificar si el modelo es adecuado es el desarrollado por Kupiec en 1995.[1] Dicho método consiste en contar las veces que las pérdidas y/o ganancias exceden el VaR durante un periodo. Se asume que N es el número de observaciones que exceden la pérdida o ganancia, y para un nivel de confianza dado $(1-p)$ se prueba si la N observada es estadísticamente diferente a la probabilidad de error p que se considera para el cálculo del VaR.

La probabilidad de observar N excesos durante un periodo de T observaciones en total, se explica con una distribución binomial dada por:

$$(1-p)^{T-N}p^{N}$$

La decisión práctica que se necesita tomar consiste en determinar si la relación de excesos de pérdidas y/o ganancias contra las observaciones totales, 1.5%, 6%, 16%, etc., es estadísticamente diferente a la probabilidad que se utiliza para el cálculo del valor en riesgo, es decir, 1%, 5%, 10%, etc.

Kupiec desarrolló unas regiones de confianza con base en una distribución chi cuadrada con un grado de libertad, considerando la hipótesis nula de que p es estadísticamente igual a la probabilidad utilizada para el VaR contra la hipótesis alternativa de que p sea diferente a dicha probabilidad.

Estas regiones fueron determinadas de los extremos de la de máxima verosimilitud dada por la siguiente expresión:

$$L=-2ln((1-p)^{T-N}p^{N})+2ln((1-(N/T))^{T-N}(N/T)^{N})$$

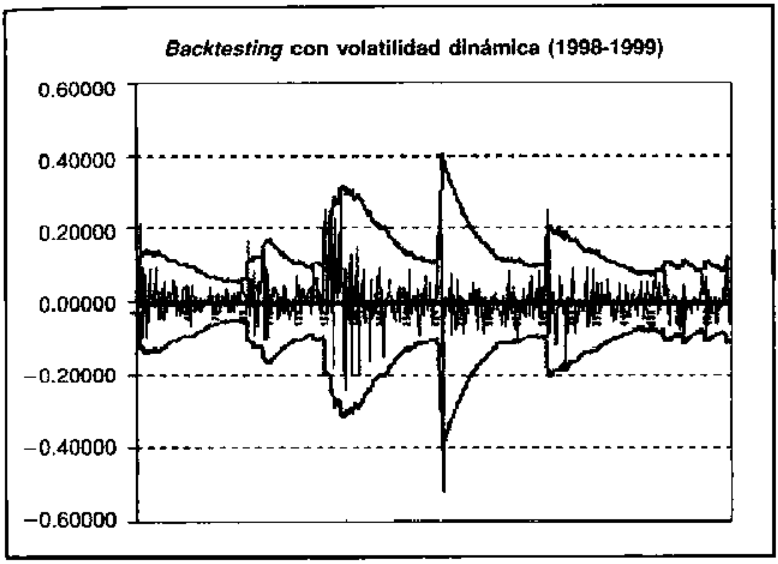
c = nivel de confianza.
p = probabilidad de error.
N = número de veces que se excedió el límite de VaR sobre T días.
N/T = frecuencia en la que las pérdidas exceden el VaR.

Región de no rechazo para el número de observaciones fuera de VaR, *N*.

Nivel de probabilidad, p	T = 255 días	T = 510 días	T = 1000 días
0.01	N < 7	1 < N < 11	4 < N < 17
0.025	2 < N < 12	6 < N < 21	15 < N < 36
0.05	6 < N < 21	16 < N < 36	37 < N < 65
0.075	11 < N < 28	27 < N < 51	59 < N < 92
0.10	16 < N < 36	38 < N < 65	81 < N < 120

Tabla de Kupiec

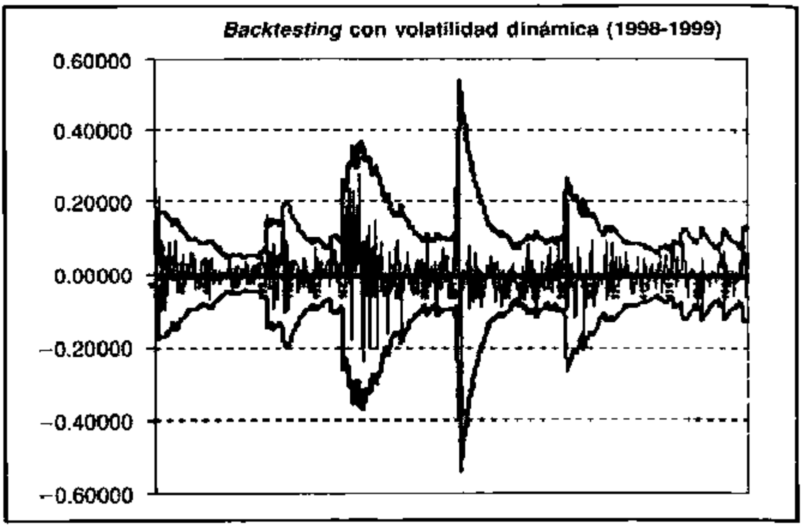
Por ejemplo, con dos años de observaciones ($T = 501$) se esperaría observar $N = pT = 0.01*501 = 5$ veces en que la marca a mercado excede al valor en riesgo, considerando un nivel de confianza de 99% para el cálculo del VaR. Sin embargo, si históricamente se detectaron 13 desviaciones (considerando volatilidad dinámica con una lambda de 0.94), resulta un nivel de eficiencia de 97.41%, como se indica a continuación:



Observaciones fuera del VaR =	13
Total de observaciones =	501
Eficiencia del modelo =	97.41%

De acuerdo con la tabla de Kupiec, 13 observaciones se encuentran fuera del rango de $1 < N < 11$ para 1% de error y 510 observaciones. Por tanto, se rechaza la hipótesis nula de que 13 desviaciones sean igual al 1% de probabilidad para el cálculo del valor en riesgo y es necesario realizar algún ajuste a fin de llevarlo al nivel de confianza deseado de 99%.

Para calibrar el modelo existen dos opciones: aumentar el factor de 2.33 en cálculo del VaR hasta tener el nivel de confianza deseado o, bien, modificar el factor de decaimiento lambda. En este ejemplo se modificó el factor lambda a 0.88 y el nivel de eficiencia aumentó a 98% con siete observaciones de pérdidas/ganancias fuera del valor en riesgo. A continuación se muestra dicha modificación:



Observaciones fuera del VaR =	7
Total de observaciones =	501
Eficiencia del modelo =	98.60%

Las siete desviaciones se encuentran ya en el rango que especifica Kupiec para un nivel de error del 1%, por lo que se acepta la hipótesis nula de que la desviación 7/501 = 1.40% es igual, en este caso, a la probabilidad del 1% deseada. Por tanto, el modelo ha sido calibrado.

Por otra parte, el enfoque del Banco Internacional de Pagos (BIS) clasifica el resultado en tres zonas de colores (verde, amarilla y roja). A continuación se muestra un cuadro con el enfoque de zonas del BIS.

Enfoque del BIS para interpretar el *Backtesting*	
Zona	Número de excepciones
Verde	0
	1
	2
	3
	4
Amarilla	5
	6
	7
	8
	9
Roja	10 o más

En este enfoque, la zona verde significa que el modelo no tiene problemas de calidad y no se requiere modificación alguna. La zona amarilla indica que no se puede concluir algo acerca del modelo, por lo que podría o no calibrarse. La zona roja precisa que es necesario modificar el modelo, ya que presenta problemas de calidad y precisión.

La pregunta es: ¿de qué manera incremento el valor en riesgo si el modelo está en zona amarilla o roja? El BIS recomienda incrementar el factor de capital requerido a la institución, que es tres veces el VaR, de la siguiente manera:[2]

Enfoque del BIS
Incremento en el VaR derivado del *Backtesting*

Zona	Número de excepciones	Incremento en capital
	0	0
	1	0
Verde	2	0
	3	0
	4	0
	5	40%
	6	50%
Amarilla	7	65%
	8	75%
	9	85%
Roja	10 o más	100%

Notas

1. Jorion, Phillipe. *Value at risk.* Ed. Irwin, p. 95.
2. Se recomienda leer el documento del Comité de Basilea *Supervisory Framework for the use of "Back testing" in Conjuction with the internal models approach to Market Risk Capital Requirements,* 1996.

CAPÍTULO 9

Modelos de riesgo de crédito

A lo largo del texto se ha explorado el tema de medición y control de riesgos de mercado. Sin embargo, es necesario analizar las técnicas modernas para medir el riesgo de crédito o de contraparte, que son un complemento del análisis de crédito tradicional.

Modelos de riesgo de crédito

9.1 Análisis de crédito tradicional

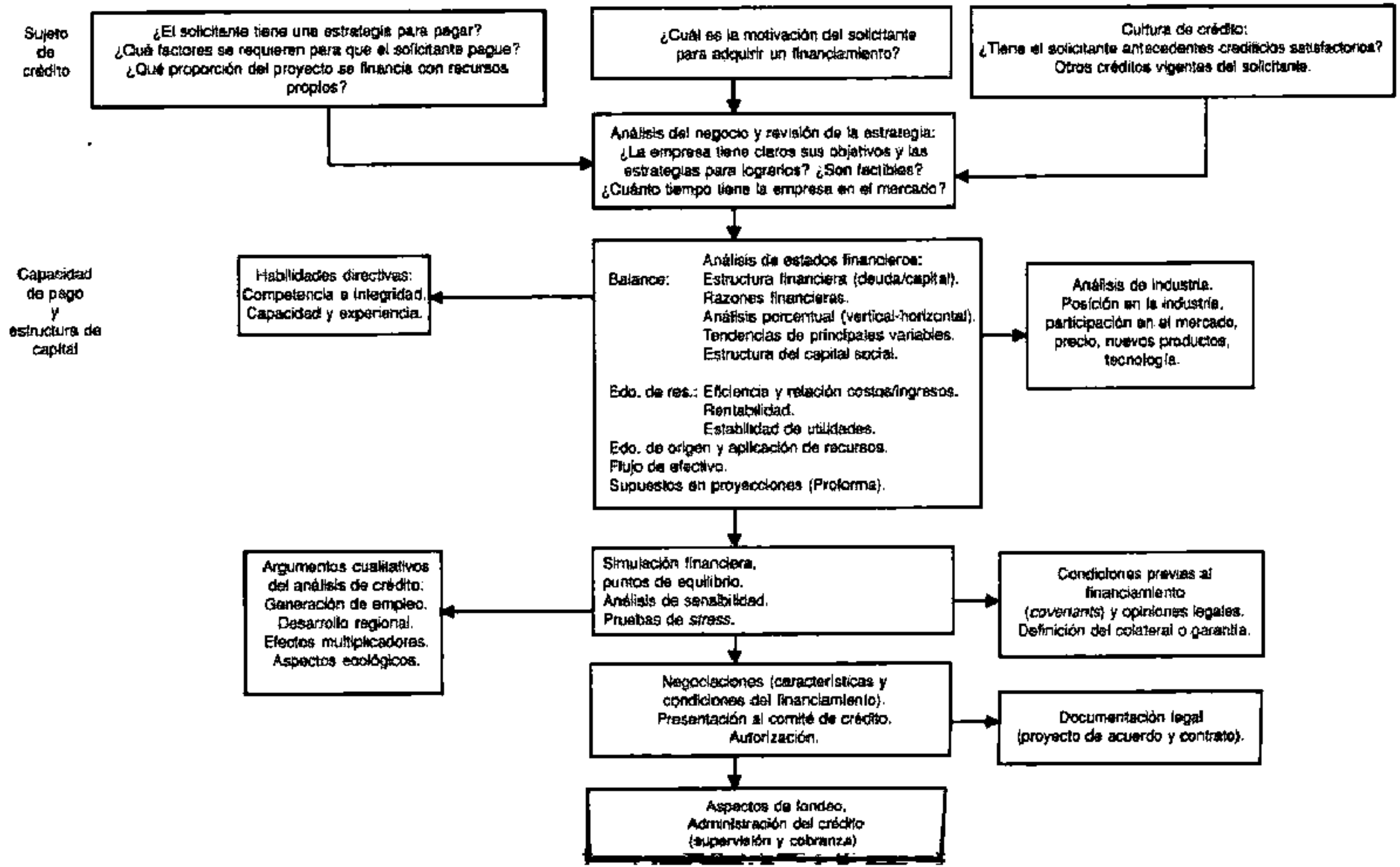
El riesgo de crédito se define como la pérdida potencial que se registra con motivo del incumplimiento de una contraparte en una transacción financiera (o en alguno de los términos y condiciones de la transacción). También se concibe como un deterioro en la calidad crediticia de la contraparte o en la garantía o colateral pactada originalmente.

Tradicionalmente, para medir dicha exposición al riesgo, los bancos han elaborado procedimientos homogéneos y tradicionales que *se resumen en el diagrama de* la página siguiente.

Dicho procedimiento está basado en lo que se conoce como las cinco *Ces* del solicitante, a saber:

1. **Conocer (*character*)** al sujeto de crédito. Tiene que ver con su solvencia moral y reputación y su disposición para cumplir con sus compromisos con terceros; conocer su historial crediticio. Se podría afirmar que el tiempo que tiene la empresa en el mercado es un buen indicador de la reputación en materia de crédito. En México se ha instrumentado el llamado "Bureau" de Crédito, que es una institución que registra a los acreditados que incumplieron con alguna obligación crediticia, con información de todo el sistema financiero.
2. **Capacidad** de pago mediante un análisis financiero exhaustivo del solicitante que refleje la volatilidad de las utilidades generadas históricamente. El flujo de efectivo debe reflejar la capacidad de pago de la firma.
3. **Capital** de la firma a fin de conocer la contribución de los accionistas que *están asumiendo el riesgo* de la misma, así como su capacidad de endeu-

ANÁLISIS DE CRÉDITO TRADICIONAL



damiento estimando la proporción de recursos propios en relación con los recursos de terceros. Altos niveles de apalancamiento aumentan la probabilidad de bancarrota de la empresa.

4. **Colateral.** Se refiere a las garantías del crédito. En caso de incumplimiento del crédito, los valores dados en garantía deben ser suficientes para que el prestamista recupere la pérdida en la operación. A mayor valor de mercado del colateral, menor es la exposición al riesgo en el otorgamientó del crédito.
5. **Condiciones cíclicas (*cycle or economic conditions*).** Se refiere a un elemento importante para determinar la exposición al riesgo de crédito, ya que algunas industrias son altamente dependientes de un ciclo económico. En general, las firmas que fabrican bienes duraderos tienden a ser más dependientes de ciclos económicos que aquellas con bienes no duraderos. Asimismo, firmas que tienen una posición competitiva internacional son más sensibles a los ciclos económicos.

En adición a las cinco *Ces* descritas, es conveniente tomar en cuenta el nivel y volatilidad de las tasas de interés. En periodos en que las tasas de interés muestran estabilidad y niveles bajos, el rendimiento esperado de un préstamo puede aumentar y la probabilidad de incumplimiento es baja, mientras que en periodos de alta volatilidad y niveles altos de tasas de interés, los rendimientos esperados de un préstamo tienden a disminuir y la probabilidad de impago aumenta. Esta relación inversa (altas tasas y bajo rendimiento esperado) se debe principalmente a la posibilidad de que los buenos acreditados prepaguen sus préstamos ante el alza de tasas de interés y decidan financiar sus proyectos con recursos propios.

El proceso crediticio tradicional es un complemento de las nuevas metodologías basadas en técnicas estadísticas; sin embargo, en créditos al consumo (tarjetas de crédito, créditos hipotecarios, etc.), el análisis de crédito tradicional está siendo desplazado por otras técnicas que determinan la probabilidad de incumplimiento o de impago. Una de las principales razones de este desplazamiento es que el análisis de crédito resulta muy costoso para las instituciones, ya que éstas requieren de un grupo importante de profesionales y analistas financieros expertos. Además, en la medida en que la institución financiera es más grande, el análisis de crédito es menos homogéneo y requiere fuertes inversiones en capacitación. La pregunta que los bancos se hacen es: ¿qué tan subjetivo es el análisis de crédito? Y, por tanto, ¿cuáles son los pesos óptimos que deben asignarse a las cinco *Ces*?

El análisis de crédito tradicional se está convirtiendo en nuestros días en un problema burocrático para los solicitantes de financiamiento y, por este motivo, el desarrollo de técnicas paramétricas basadas en estadísticas está creciendo más que el análisis tradicional. El futuro en el análisis de crédito estará relacionado con estas técnicas y los futuros acreditados podrán solicitar el crédito a través de sistemas automatizados o de Internet, y en cuestión de minutos sabrán si su solicitud ha sido o no aprobada.

9.2 Análisis de crédito en los mercados financieros

El efecto de incumplimiento de una contraparte en una transacción en los mercados financieros, principalmente en productos derivados (futuros, opciones o *swaps*), puede ser mitigado por el reemplazo del instrumento en el mercado. En el momento del incumplimiento, por tanto, el riesgo de crédito de una operación es precisamente igual al riesgo de reemplazar la operación en el mercado. A este tipo de riesgo se le denomina riesgo implícito o *Deemed Risk*, y la manera de modelarlo es mediante el valor en riesgo (VaR), como se explicó en los capítulos anteriores, ya que al ser reemplazada la operación en el mercado, la pérdida potencial está en función del movimiento del precio.

El objetivo principal del *Deemed Risk* es establecer a la contraparte una garantía o colateral, de tal suerte que en caso de impago, éste sea suficiente para cubrir la pérdida potencial en el momento de reemplazar la operación en el mercado. Sin embargo, siempre es recomendable añadir al *Deemed Risk* un factor que compense la poca liquidez que puede haber en el mercado, ya que al suponer que los mercados son eficientes, se podría subestimar el riesgo crediticio.

El grupo G-30 recomienda que en caso de existir riesgo crediticio en alguna transacción realizada en los mercados, deben contestarse dos preguntas básicas:

a) Si la contraparte incumpliera hoy, ¿cuál sería el costo de reemplazar la transacción?
b) Si la contraparte incumpliera en algún punto en el futuro, ¿cuál es un estimado razonable para el costo potencial de reemplazar la transacción?

Para contestar estas preguntas debe calcularse:

a) La exposición vigente o actual de la transacción en términos de su valor de mercado (marca a mercado); y
b) La exposición potencial de la transacción, que es un estimado de lo que costaría reemplazar la transacción en el futuro.

Riesgo de crédito = Riesgo actual o vigente (MTM) + Riesgo potencial

Por ejemplo, si el valor nocional de un instrumento financiero es de $100,000 y si la operación tuviera que liquidarse hoy, el tenedor del instrumento recibiría de la contraparte $10,000 (que es la ganancia no realizada de la transacción). Por su parte, el estimado de lo que podría variar el mercado en el periodo remanente del contrato (*Deemed Risk*) es de 8%, y, por tanto, el riesgo potencial en este caso es de $8,000. El riesgo de crédito es:

$$\text{Riesgo de crédito} = \text{Riesgo vigente} + \text{Riesgo potencial}$$

$$= \$10{,}000 + \$8{,}000 = \$18{,}000$$

Nótese que el riesgo vigente simplemente es la marca a mercado o valuación positiva de la transacción (el monto que debe pagar la contraparte), y el riesgo potencial es un valor en riesgo (VaR).

Asimismo, la pérdida esperada asociada a una contraparte se da en función de tres variables:

a) El monto de la exposición de riesgo de la contraparte.
b) La probabilidad de incumplimiento o de impago.
c) La recuperación potencial de las garantías pactadas al inicio de la transacción.

Desde un punto de vista cuantitativo, si X es el monto de exposición al riesgo de crédito ($), P es la probabilidad de impago o incumplimiento (%) y R es la tasa de recuperación de las garantías (%), la siguiente ecuación simboliza lo arriba señalado:

$$\text{Pérdida esperada por riesgo de crédito} = P \times X \times (1 - R)$$

Por ejemplo, si tenemos que la probabilidad de incumplimiento de una contraparte calificada como BBB (Standard & Poor's) es de 0.18%, la tasa de recuperación del colateral es de $51.13 por cada $100 y la exposición de riesgo de crédito es de 100 millones de pesos, la pérdida esperada por riesgo de crédito será como sigue:

$$\text{Pérdida esperada} = 0.0018 \times 100\ 000{,}000 \times (1 - 0.5113) = \$87{,}966.00$$

La pérdida esperada es la cantidad de dinero que un banco debe separar de sus utilidades en calidad de reservas y un ejercicio sano sería revisar periódicamente (por lo general, de manera trimestral) el nivel de reservas de la cartera crediticia. Obsérvese cómo las tres variables, P, X y R, podrían cambiar en el tiempo.

Para calcular la pérdida no esperada se puede asumir que dado que la operación puede caer en incumplimiento o no (solamente dos posibilidades), la distribución de probabilidad, puede asumirse como binomial, en la cual la desviación estándar es la siguiente:

$$\sigma = \sqrt{p(1 - p)}$$

Dado que las tasas de recuperación son constantes, la pérdida no esperada del préstamo es la siguiente:

$$\text{Pérdida no esperada} = \sqrt{p(1-p)} \times X \times (1-R)$$

Tomando en cuenta el mismo ejemplo anterior, tendríamos que:

$$\text{Pérdida no esperada} = \sqrt{(0.0018)(1-0.0018)} \times 100\ 000.000 \times (1-0.5113)$$

$$\text{Pérdida no esperada} = \$2'071{,}511.62$$

Si se multiplica la pérdida no esperada por 2.33 o 1.65, se tendría una suerte de valor en riesgo al 99 o 95%, respectivamente (es decir, la máxima pérdida esperada en condiciones normales de mercado con un alto nivel de confianza). Más adelante se explica con detalle la metodología de *Creditmetrics* para el cálculo de lo que se ha llamado el Credit VaR.

Así como la pérdida esperada significa en términos prácticos el nivel de reservas que un banco debe tener para hacer frente a incumplimientos en su cartera de créditos, la pérdida no esperada significa el nivel de capital mínimo que un banco debe tener para mantener su portafolios de créditos.

9.3 Modelos para el cálculo de probabilidades de incumplimiento

La circular 1423 expedida por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores relativa a las disposiciones que deben observarse para una adecuada administración integral de riesgos, señala en su disposición vigésima, sección II, inciso d, que las instituciones de crédito deben calcular la probabilidad de incumplimiento de los deudores en lo que hace al riesgo de la cartera crediticia.

Los modelos más utilizados en el mercado para medir riesgos de crédito son los siguientes:

a) ***Modelos econométricos.*** Entre éstos se encuentran el análisis de discriminantes lineal y de regresión lineal múltiple (modelo de Altman), y modelos Logit y Probit para determinar probabilidades de incumplimiento. En estos modelos, las variables independientes son razones financieras y otros indicadores, así como variables externas que miden los efectos macroeconómicos.

b) ***Modelo KMV y Moody's.*** Aplica la teoría de opciones para determinar probabilidades de incumplimiento y la valuación del préstamo. Este modelo se basa en que es posible simular el comportamiento de un préstamo mediante una opción *put* (*put option*) y las acciones como una opción *call*. No obstante que este modelo es muy robusto para empresas que cotizan en la Bolsa, la empresa *KMV* también lo aplica para empresas privadas. Este modelo también se conoce como Credit Monitor (CM).

c) ***Redes neuronales artificiales.***[1] Son sistemas por computadora que intentan imitar el proceso de aprendizaje humano emulando una red de neuronas interconectadas entre sí. El sistema aprende la naturaleza en la relación entre datos de entrada al sistema y datos procesados o de salida, de tal suerte que en momentos en que los datos se encuentren incompletos o sean inconsistentes, el sistema puede tomar una "decisión educada" de la misma manera como lo haría un humano experto. Ésta es una nueva técnica que se está desarrollando con éxito; sin embargo, presenta algunos problemas, entre ellos el tiempo y esfuerzo que se requieren para aplicar los procesos de toma de decisiones de humanos a un sistema de reglas, y la dificultad y costos asociados de programar algoritmos de decisión y el mantenimiento de los sistemas, así como la inflexibilidad que presentan dichos sistemas para cambiar de acuerdo con nuevas condiciones del entorno.

Independientemente del modelo que se elija, el objetivo debe ser, por una parte, contar con la probabilidad de incumplimiento de la contraparte y, por otra, construir una matriz de probabilidades de transición para predecir la tendencia de un crédito a subir o bajar de calificación, como se explica más adelante en la metodología de *Creditmetrics*.

9.4 El modelo de *Z-Score* de Altman[2]

Es un modelo econométrico que se construye a partir de razones financieras. Dichas razones financieras se combinan linealmente con un peso específico para cada una, a fin de obtener como resultado final una calificación (*Z-score*) que discrimina las empresas que incumplen en sus compromisos crediticios, de aquellas que no lo hacen.

El modelo de Altman utiliza el análisis discriminante como técnica estadística multivariada. De un universo de empresas, discrimina o separa aquellas que están en quiebra, de aquellas que no lo están, de tal suerte que la variable dependiente de la función discriminante es 0 o 1 (0 si la empresa está en incumplimiento o 1 si la empresa no está en incumplimiento) y las variables independientes son las razones financieras que mejor explican el incumplimiento de las empresas. Es un proceso secuencial en el que el analista excluye aquellas razones financieras que no son estadísticamente significativas e incluye las que sí lo son.

En su primer modelo (1968), Altman escogió 22 razones financieras que formaban su lista original y finalmente escogió cinco de ellas, a saber:

$$Z = 1.2_{x_1} + 1.4_{x_2} + 3.3_{x_3} + 0.6_{x_4} + .99_{x_5}$$

Donde:

x_1 = *capital* de trabajo/activos totales.

x_2 = *utilidades* retenidas/activos totales.

x_3 = *utilidades* antes de impuestos/activos totales.

x_4 = *valor* de mercado de la acción/valor en libros de la deuda.

x_5 = *ventas/activos* totales.

Este modelo fue obtenido de una muestra de empresas que cotizan en la Bolsa, pero también diseñó otro modelo para empresas privadas e inclusive un modelo para empresas mexicanas al que llamó de mercados emergentes.

De acuerdo con E. Altman, la situación financiera de la emisora depende del valor de Z:

- Si $Z > 2.99$ la empresa se considera saludable.
- Si $Z < 1.81$ la empresa está en bancarrota.
- Si $1.81 < Z < 2.99$ no se puede determinar la condición financiera de la empresa (zona gris).

En 1977 Altman, Haldeman y Narayanan diseñaron un modelo superior al anterior, considerando siete razones financieras: rendimiento sobre activos (ROA), estabilidad de utilidades, servicio de la deuda, utilidades acumuladas, liquidez, nivel de capitalización y tamaño (medido por el logaritmo de los activos).

El objetivo fundamental de Altman ha sido y es predecir la quiebra de empresas, con una anticipación de hasta cinco años. Ésta es la razón fundamental por la que no ha cambiado los coeficientes del modelo. Si bien la ventaja de cambiar los coeficientes del modelo es que contaría con información más reciente, las calificaciones no serían comparables en distintos periodos y no se podría predecir la quiebra de las empresas.

A continuación se muestran los resultados del modelo de Altman y su poder predictivo:

Años previos a la quiebra	Modelo Z, Altman (1968)		Modelo Z, Altman (1977)	
	Quiebra	No quiebra	Quiebra	No quiebra
1	93.9%	97.0%	96.2%	89.7%
2	71.9%	93.9%	84.9%	93.1%
3	48.3%	NA	74.5%	91.4%
4	28.6%	NA	68.1%	89.5%
5	36.0%	NA	69.8%	82.1%

Como puede observarse, a pesar de las críticas que se han hecho al modelo de Altman, se le atribuye un alto poder de predicción en la quiebra mediante la observación del deterioro en la calificación de la empresa.

Ciertamente, para la obtención de probabilidades de quiebra es necesario tener una serie histórica de las calificaciones y, a partir de ésta, calcular las frecuencias relativas, es decir, las probabilidades de incumplimiento o de transición.

9.5 Modelos Probit o Logit

En econometría, un modelo de elección cualitativa consiste en determinar la probabilidad de que un individuo que tiene ciertos atributos pertenezca a uno de dos grupos específicos (por ejemplo, empresas que pertenezcan al grupo de cartera vigente y empresas que estén en el grupo de cartera vencida). En nuestro caso, se trata de determinar la probabilidad de que un acreditado que tiene ciertos atributos (razones financieras) se declare en incumplimiento o degrade su calificación crediticia.

De manera más general, se trata de determinar el conjunto de atributos (razones financieras) que explican el incumplimiento del acreditado y obtener, mediante un modelo, la probabilidad de que dicho acreditado que hoy pertenece al grupo de cartera vigente, con el tiempo pertenezca al grupo de cartera vencida.

Para este propósito, los modelos de elección cualitativa asumen que la probabilidad de incumplimiento es una función lineal de múltiples variables independientes (razones financieras) que consideran el nivel del capital contable, apalancamiento financiero, liquidez, rentabilidad, etcétera.

El modelo se expresa de la siguiente manera:

$$P_i = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \cdots + a_nx_n = a_0 + \Sigma a_ix_i$$

Donde las *equis* son razones financieras que se obtienen de los estados financieros del acreditado y las *aes* son los coeficientes del modelo.

Con el método Probit o Logit, P_i es la probabilidad de incumplimiento del acreditado *i*, que sólo puede adquirir valores entre cero y uno.

Para determinar las razones financieras que explican el incumplimiento y el valor de los coeficientes *aes* que sean estadísticamente significativos en el modelo, *es necesario realizar simulaciones en algún programa de software como el E-views*[3] u otro similar.

En el caso específico de la variable dependiente P_i, se considera como una variable "dicotómica", es decir, que solamente puede adquirir dos valores en la simulación: el valor de uno si la empresa está en cartera vigente y cero si está en cartera vencida.

Para determinar el mejor modelo que calcule la probabilidad de incumplimiento en la cartera crediticia de un banco, por ejemplo, es necesario realizar lo siguiente:

a) Agrupar la cartera crediticia por tipo de créditos homogéneos.
b) Definir una muestra significativa para cada grupo, tanto de empresas que estén cumpliendo con sus compromisos crediticios, como de aquellas que se encuentren en cartera vencida.
c) Calcular las 22 razones financieras propuestas por Altman en la muestra de empresas escogida.[2]
d) Realizar las simulaciones del modelo Probit o Logit (el que ajuste mejor) en el *E-views* u otro paquete de cómputo similar.
e) *Determinar el mejor modelo, que tenga un buen ajuste* (coeficiente de determinación alto), el menor error de dispersión y someterlo a pruebas econométricas de multicolinealidad, heteroscedasticidad y autocorrelación serial.

Notas

1. Para más detalles acerca de las técnicas de redes neuronales, se sugiere leer a Dutta & Shekhar (1988), Kerling (1995) y Tyree & Long (1994). Las máximas aplicaciones se han dado en tarjetas de crédito, pero aún no se han aplicado a créditos en grandes corporaciones.
2. Ver el libro *Bankruptcy* de Edward Altman.
3. El *E-views* (*econometric views*) es un paquete de cómputo para modelar series de tiempo y realizar *regresiones estadísticas*.

CAPÍTULO 10

El credit VaR

En este capítulo se explican las tres metodologías más conocidas para la medición de riesgo de crédito: el modelo de *KMV*, el modelo *Creditmetrics* y el modelo de *Credit Risk Plus.*

No obstante que aún no existen paradigmas al respecto, la mayoria de las instituciones financieras en México y en el ámbito internacional han implementado alguno de los modelos mencionados.

El credit VaR

10.1 Modelo *KMV* para probabilidades de incumplimiento[1]

Este modelo se basa en aplicar la teoría de valuación de opciones financieras desarrollada por Fisher Black y Myron Scholes en su famoso artículo de 1973.[2] La valuación de opciones se ha extendido a otros campos de las finanzas corporativas, en particular en la determinación del valor de una empresa, de su capital y de su deuda. En este apartado se pretende explicar la manera de valuar la deuda y el capital de una empresa con opciones, así como determinar la probabilidad de incumplimiento de la firma.

Considere una empresa que *solamente tiene dos instrumentos financieros, un bono* cupón cero que vence en el tiempo T y acciones comunes. El valor de mercado de los activos de la firma A será la suma de los valores de mercado de los dos instrumentos:

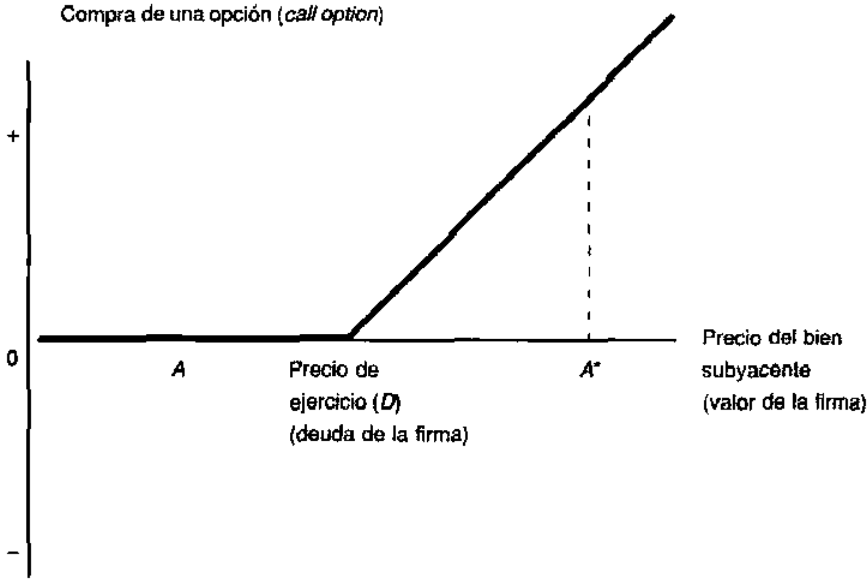
$$A = C + B$$

Donde C es el valor de mercado de las acciones y B es el valor de mercado de la deuda, que en nuestro ejemplo simplificado es un bono cupón cero con valor nominal o facial D y con periodo de pago en T. También asuma que el valor de mercado de los activos de la firma al vencimiento del bono será liquidado ya sea a los acreedores del bono o a los accionistas. El perfil de pagos de estos instrumentos será como sigue:

$$B = \min(A, D)$$
$$C = \text{máx}(A - D, 0)$$

Veamos en primer lugar el caso del valor de las acciones que conforman el capital de la firma. El perfil de pagos del capital es similar al perfil de una opción de compra (*call option*). En la figura que se presenta a continuación obsérvese que si el valor de los activos al final del periodo T adquiere el valor $0A^*$, los activos serán superiores al monto de la deuda y los accionistas obtendrán un valor residual después de pagar la deuda (utilidades que se traducirán en dividendos). Mientras que si el valor de los activos al final del periodo T es $0A$, el valor de los activos será menor que el valor de la deuda (porque las pérdidas de la firma implican un capital negativo) y los accionistas perderán los recursos invertidos (estarán fuera del dinero).

Compra de una opción (*call option*)



Valor intrínseco de la opción = máx($A - D$,0)

Por lo anterior, para determinar el valor del capital se podría aplicar la fórmula de Black-Scholes tal como se explicó en el capítulo 6. Dicha fórmula es la siguiente:

$$C = AN(d_1) - De^{-rt}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{A}{D}\right) + \left[r + \frac{\sigma^2}{2}\right]t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Donde:

A = valor de los activos de la firma.
D = valor nominal de la deuda.
r = tasa libre de riesgo.
t = periodo de la deuda.
σ = volatilidad del bien subyacente, es decir, de los activos de la firma.
$N(d_1)$ y $N(d_2)$ = valores que corresponden a la curva de distribución normal acumulada (el área bajo la curva).

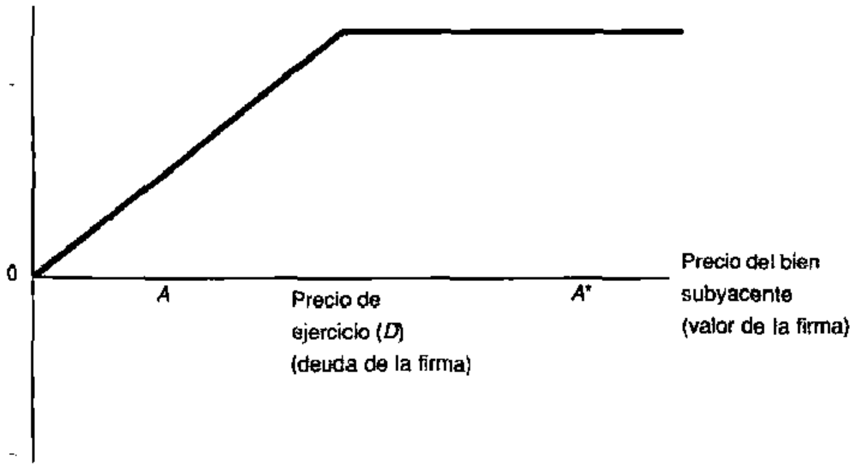
Por otra parte, existe también una correspondencia entre el valor de la deuda y el valor de una opción. Para determinar el valor de la deuda se aplica la siguiente expresión:

$$D = De^{-rt} - \text{opción } put$$

Es decir, el valor presente del valor nominal de la deuda descontado con la tasa libre de riesgo, menos el valor de una opción de venta o *put option*.

La siguiente gráfica muestra el perfil de pagos de una opción de venta o *put option* que coincidentemente es el perfil de pagos de un simple préstamo. Para entender el concepto asuma que éste es un préstamo que un banco le otorga a una empresa a un periodo de un año y que el monto del préstamo ($0D$) es otorgado sobre la base de un descuento, es decir, se trata de un bono cupón cero. Durante el año, la empresa destinará el préstamo a una o varias inversiones productivas cuyo valor se reflejará en los activos de la firma.

Venta de una opción (*put option*)



Valor intrínseco de la opción = máx(D – A, 0)

Si al final del año el valor de mercado de los activos es $0A^*$, los accionistas de la firma tendrán incentivos para pagar la deuda $0D$ porque tendrán un valor residual o utilidades generadas ese año ($0A^* - 0D$). Se puede observar que para cualquier valor de los activos que exceda a $0D$, los accionistas de la firma tendrán incentivos para liquidar el préstamo y cumplir su compromiso con el banco.

Sin embargo, consideremos que el valor de mercado de los activos es menor que OK, es decir, $0A$ en la gráfica. En este caso, los accionistas tendrán el incentivo de incumplir su compromiso con el banco y entregarle a éste los activos de la firma. Para un valor de mercado de los activos que exceda a $0D$, el banco tendrá un rendimiento fijo por el préstamo otorgado, y para un valor de los activos menor a $0D$, el banco sufrirá pérdidas, que en el peor de los casos (si no hay colateral) pueden ser del 100% del préstamo y sus intereses.

Como puede observarse, el perfil de pagos de un préstamo para el banco coincide con el de una opción. Cuando el banco otorga el préstamo, implícitamente está emitiendo una opción de venta o *put*. El valor de la deuda es el precio de ejercicio, y el valor de los activos es el valor del bien subyacente.

Considerando la fórmula de Black-Scholes para una opción de venta (*put option*), el valor de un préstamo es el siguiente:

$$Valor \text{ del bono} = De^{-rt} - De^{-rt}N(-d_2) + AN(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{A}{D}\right) + (r + 0.5\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Donde A es el valor de mercado de los activos, D es el valor facial o nominal de mercado de la deuda, r es la tasa libre de riesgo al plazo de la opción o del préstamo, t es el plazo de la opción o del préstamo, σ es la volatilidad de los rendimientos de los activos y $N(d)$ es la probabilidad acumulada de la curva de distribución normal.

La fórmula anterior se puede simplificar algebraicamente y obtener una fórmula más conocida en el mercado para la valuación de bonos de deuda. Esta fórmula es la siguiente:

$$\text{Valor del bono} = D_e^{-rt}\left[\left(\frac{1}{\delta}\right)N(h_1) + N(h_2)\right]$$

$$\delta = \frac{D_e^{-rt}}{A}$$

$$h_1 = -\frac{\left[\frac{1}{2}\sigma^2 t - \ln(d)\right]}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$h_2 = -\frac{\left[\frac{1}{2}\sigma^2 t + \ln(d)\right]}{\sigma\sqrt{t}}$$

A continuación se presenta un ejemplo de valuación de un préstamo en Excel, aplicando tanto la *fórmula tradicional* de Black-Scholes como la fórmula simplificada arriba mencionada:

D = \$100,000
A = \$110,000
t = 1 año
r = 8% anual
σ_A = 12% anual

Valuación de deuda de mercado:			
Black-Scholes			
Deuda (valor nominal) =	**100,000.00**		
Activos =	**110,000.00**		
Periodo =	1		
Tasa de interés =	8.0%		
Volatilidad =	12.0%	anual	
d1 =	1.520918165	N(d1) =	0.93585979
d2 =	1.400918165	*N(d2)* =	*0.91938068*
Valor de deuda =	91,924.96		
Valor de capital =	18,075.04		
Deuda + capital =	110,000.00		
Valor de la deuda con fórmula simplificada		δ =	0.839196679
h1 =	-1.520918165	N(h1)=	0.06414021
h2 =	1.400918165	N(h2)=	0.91938068
Valor de la deuda =	91,924.96		

Para determinar la sobretasa o premio por riesgo de contraparte, se podría aplicar la fórmula siguiente:

$$Sobretasa = \left[-\frac{1}{t}\right]\ln\left[N(h_2)+\left(\frac{1}{\delta}\right)N(h_1)\right]$$

En el ejemplo anterior, la sobretasa sería la siguiente:

$$Sobretasa = [-1]\ln\left[0.9193+\left(\frac{1}{0.8391}\right)\times 0.0641\right] = 0.43\%$$

Lo que significa que el riesgo de contraparte de este tipo de deuda tiene un premio de 0.43% por arriba de la tasa libre de riesgo, que es del 8%.

Cabe señalar que dados los supuestos de Black-Scholes en la determinación de su modelo, algunas instituciones prefieren aplicar el modelo binomial de Cox-Rubinstein, aunque el concepto señalado anteriormente es exactamente el mismo.

Por otra parte, en la fórmula de Black-Scholes para determinar el valor de la opción de compra (*call option*) obsérvese que el valor del capital puede obtenerse a través de conocer el precio de mercado de las acciones de la firma, por lo que los valores del capital (C), de la tasa de interés libre de riesgo (r), del mercado de la deuda (D) y el plazo de la deuda (t), son variables fácilmente observables en el mercado. Sin embargo, el valor de mercado de los activos y la volatilidad de los rendimientos de los activos (σ_A) no son directamente observables.

Para determinar el valor de los activos y la volatilidad de los rendimientos de dichos activos, *KMV* propone el planteamiento de una segunda ecuación, con el objeto de tener dos ecuaciones con dos incógnitas, de manera que se puedan resolver. Dicha ecuación es la siguiente:

$$\sigma_t = \frac{N(d_1)\times A\times\sigma_A}{C}$$

Donde σ_t es la volatilidad de los rendimientos del precio de la acción en el mercado, A es el valor de los activos en el mercado, σ_A es la volatilidad de los rendimientos de los activos en el mercado, C es el valor de mercado del capital y $N(d_1)$ es el valor de la probabilidad acumulada de la fórmula de Black & Scholes.[3]

De lo anterior se desprende que las incógnitas son: el valor de mercado de los activos A y la volatilidad de los rendimientos de los activos σ_A. Mientras que son valores conocidos el valor nominal de la deuda D, el valor de mercado del capital C, la volatilidad del capital σ_c (calculada con la serie histórica de los precios de mercado de la acción), el plazo de la deuda t y la tasa libre de riesgo r.

A continuación se presenta el mismo ejemplo numérico mencionado. Si la volatilidad de rendimientos de la serie histórica de los precios de la acción arroja

4.32% diario y ésta equivale a 68.34% anual, la volatilidad de los activos que resulta de resolver por algún método iterativo las dos ecuaciones (en este caso se aplicó la herramienta del "solver" en Excel) es de 12% anual.

Obsérvese que la volatilidad de los activos por lo general será menor a la volatilidad del capital. Los pasos que se siguieron se detallan en el siguiente cuadro:

1. Con la serie de tiempo de precios de mercado de la acción, se calcula la volatilidad del capital:

Volatilidad del capital =	4.32% diaria
Volatilidad del capital =	68.34% anual

2. Con los siguientes datos:

Deuda =	$ 100,000.00
Periodo =	1 año
Tasa de interés =	8.0% anual
Capital =	$ 18,075.04

3. Se calculan las dos incógnitas que satisfacen las dos ecuaciones:

Activos =	$ 110,000.00
Volatilidad de activos =	12.00% anual

Una vez calculados los valores de la volatilidad de los activos, de los propios activos y la valuación de la deuda, la metodología *KMV* considera el cálculo de lo que se denomina frecuencia de incumplimiento esperada *EDF* (*Expected Default Frequency*) para cada deudor.

En la siguiente figura se puede observar que durante el año que dure la deuda en la empresa, los activos pueden adoptar un valor superior a los $110,000 o un valor inferior a este nivel. El punto de incumplimiento se daría cuando el valor de los activos sea inferior al valor nominal de la deuda, es decir, $100,000. La región de incumplimiento es la que se encuentra por debajo del valor de la deuda. Esta área representa la probabilidad de que el valor de los activos sea menor que el valor de la deuda en el periodo de un año y es la frecuencia de incumplimiento esperada (*EDF*).

Obsérvese que la región de incumplimiento aumenta cuando: *a*) el valor de los activos disminuye, *b*) la volatilidad de los activos aumenta y *c*) el valor de la deuda aumenta. Si se asume que los rendimientos de los activos se comportan de acuerdo con una distribución normal, la distancia de incumplimiento *DD* (*distance to default*) en el periodo de un año será:

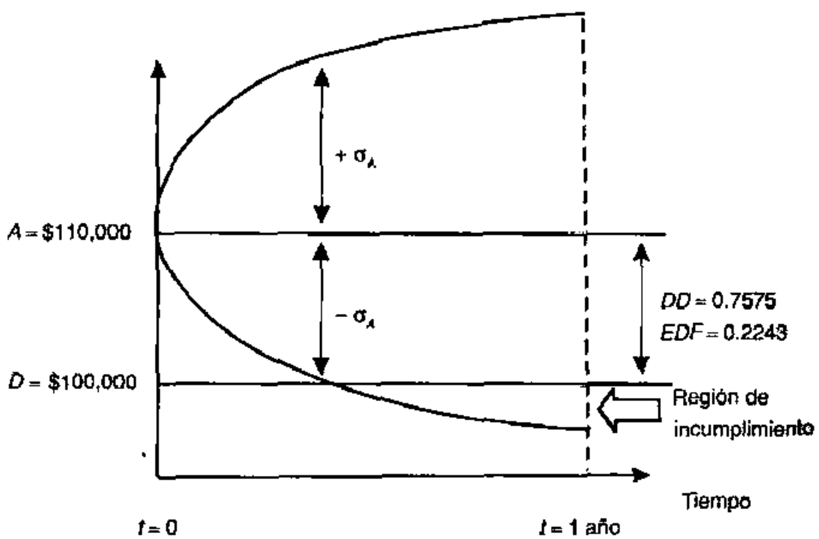
$$DD = \frac{A-D}{\sigma_A}$$

En nuestro ejemplo, la distancia de incumplimiento *DD* será la siguiente:

$$DD = \frac{110{,}000-100{,}000}{0.12\times 110{,}000} = 0.7575$$

Es decir, si los rendimientos de los activos se comportan de acuerdo con una distribución de probabilidad normal, la distancia para el incumplimiento es de 0.7575 desviaciones estándar. En tablas de la curva normal estandarizada (media 0 y desviación estándar de 1), tenemos que la probabilidad de default (*EDF*) en este caso es de: 0.2243 o 22.43%.

Esta probabilidad se puede considerar alta, debido por una parte al alto nivel de apalancamiento de la empresa y, por la otra, a la alta volatilidad de los activos.

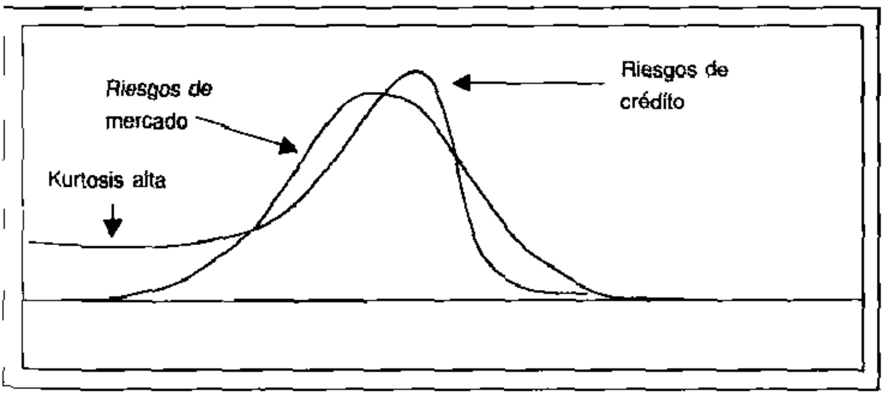


10.2 Metodología propuesta por *Creditmetrics*

Creditmetrics[4] es una herramienta propuesta por *JP* Morgan en *1997* para medir el riesgo de un portafolios, como un valor en riesgo, como consecuencia de cambios en el *valor de la deuda causados por* variaciones en la calificación crediticia de la contraparte (emisor del papel). Es decir, no sólo considera el evento de incumplimiento, sino también los cambios (aumentos o disminuciones) en la calidad crediticia del emisor. Por este motivo se dice que este modelo es de valuación a mercado (mark-to-market).

Mientras *Riskmetrics* intenta contestar a la pregunta: si mañana es un mal día, ¿cuánto puedo perder como máximo en mi portafolios compuesto por bonos, acciones, monedas y productos derivados?; en el caso de *Creditmetrics* la pregunta que se intenta responder es: si el próximo es un mal año, ¿cuánto puedo perder como máximo en el conjunto de *préstamos otorgados*?

Para medir riesgos de crédito, es decir, pérdidas esperadas en un portafolios *con varios* activos, surgen dos problemas complejos por resolver: el primero se refiere a la curva de distribución de probabilidad de los rendimientos de crédito. En riesgos de mercado la distribución se asemeja a la normal y es relativamente simétrica, por lo que con la media y desviación estándar es posible entender los riesgos y cuantificar el valor en riesgo, mientras que en riesgos de crédito, los rendimientos del portafolios son sesgados y la curva presenta alta kurtosis en la cola izquierda; por tanto, no bastan la media y la desviación estándar para entender la distribución de probabilidad. A continuación se presenta esquemáticamente esta diferencia fundamental:



El fenómeno de alta kurtosis en la cola *izquierda de la curva se debe a los* probables eventos de incumplimiento o bancarrota.

El segundo problema en el modelado de riesgos de crédito se refiere al cálculo de las correlaciones entre rendimientos de los activos del portafolios. La insuficiencia de datos históricos de la calidad crediticia del emisor hace difícil la estimación de correlaciones.[5]

No obstante estos problemas, *Creditmetrics* propone los siguientes pasos para determinar los riesgos de crédito:

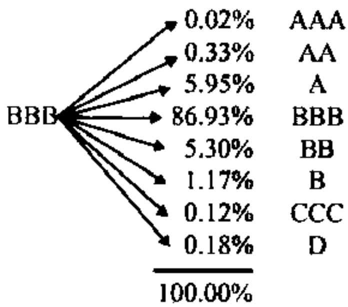
Paso 1. Definir la matriz de probabilidades de transición.

La probabilidad de transición p_{ij} es la probabilidad de que un emisor con i calidad crediticia hoy, pueda "migrar" o moverse a otra calidad crediticia j en un horizonte de tiempo definido.

Las probabilidades de transición pueden ser calculadas internamente en las instituciones, o bien recurrir a las que algunas empresas calificadoras han calculado.

Hoy en día existen tres calificadoras en México: Standard & Poor's, Fitch y Moody's. Después de la década de los noventa, caracterizada por fusiones y adquisiciones, todo indica que estas tres compañías se establecerán como el patrón estándar en el mercado financiero mexicano. La idea central de las calificadoras es tener un juicio objetivo y libre de conflicto de intereses sobre la situación financiera de una empresa. Cabe mencionar que la calificación que se indica puede darse sobre la compañía emisora de deuda (en la mayoría de casos si ésta es pequeña) o sobre una emisión particular (si la compañía emisora es grande).

Por ejemplo, en el caso de Standard & Poor's existen siete categorías de calificación. La más alta calificación es AAA y la más baja es CCC. La probabilidad de impago o incumplimiento es D. En nuestro ejemplo, si se tiene un bono que hoy presenta una calificación de BBB, las probabilidades de transición serían las siguientes:



En este ejemplo hay una probabilidad de 5.30% de que un bono calificado hoy como BBB, dismuya su calificación a BB en el periodo de un año. Obsérvese que la probabilidad más alta de 86.93% es la que se refiere a que el bono mantenga su calificación en el periodo de un año. La probabilidad de que el bono suba de calificación de BBB a AAA también es baja, es decir, de 0.02%.

Ahora bien, en lugar de pensar en un bono de manera independiente, es mejor establecer lo que se conoce como matriz de probabilidades de transición. Esta matriz es una tabla de probabilidades que resume las diferentes probabilidades de transición, como se señala a continuación:

Matriz de probabilidades de transición de Standard & Poor's con horizonte de un año

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	90.81	8.33	0.68	0.06	0.12	0	0	0
AA	0.7	90.65	7.79	0.64	0.06	0.14	0.02	0
A	0.09	2.27	91.05	5.52	0.74	0.26	0.01	0.06
BBB	0.02	0.33	5.95	86.93	5.3	1.17	0.12	0.18
BB	0.03	0.14	0.67	7.73	80.53	8.84	1	1.06
B	0	0.11	0.24	0.43	6.48	83.46	4.07	5.2
CCC	0.22	0	0.22	1.3	2.38	11.24	64.86	19.79

Fuente: Standard & Poor's (abril 15, 1996)

En México, la empresa proveedora de precios denominada Valor de Mercado, en coordinación con la empresa canadiense Algorithmics, ha realizado un esfuerzo por construir una matriz de transición con información de los instrumentos mexicanos. El ejemplo que se presenta es una matriz con un periodo de transición de un año con instrumentos de mediano plazo.

Matriz de probabilidades de transición de Valor de Mercado (Valmer) con horizonte de un año

	1	2	3	4	5	6
1	97.86	0.00	0.71	1.43	0.00	0.00
2	0.32	93.62	3.68	1.26	0.53	0.59
3	0.13	0.18	93.16	4.29	1.20	1.04
4	0.00	0.00	1.47	91.49	4.87	2.17
5	0.00	0.00	0.00	1.67	87.01	11.32
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Fuente: Algorithmics (junio de 2002)

En el ejemplo que se presenta la probabilidad de migrar de la calificación 3 a la 4 es de 4.29%. La última columna de la matriz indica la probabilidad que tiene cada tipo de instrumento de caer en impago.

Las compañías calificadoras utilizan diferentes escalas. Esto crea la necesidad de homologar la escala para poder utilizar toda la información de la base de Valmer. La escala va del 1 al 6, siendo 1 la mejor calificación y 5 la peor; el 6 denota el evento de impago o incumplimiento (equivalente a la calificación D de Standard & Poor's).

No se puede dejar de enfatizar la vital importancia que tiene la calidad de la base de datos que se utiliza para la estimación. La calidad es básica para tener confianza en los resultados arrojados por el proceso de estimación. La base de datos utilizada por Valmer sigue a 1564 instrumentos desde el 15 de junio de 1989 hasta septiembre del 2001. El universo de instrumentos es representativo, incluye sectores tales como:

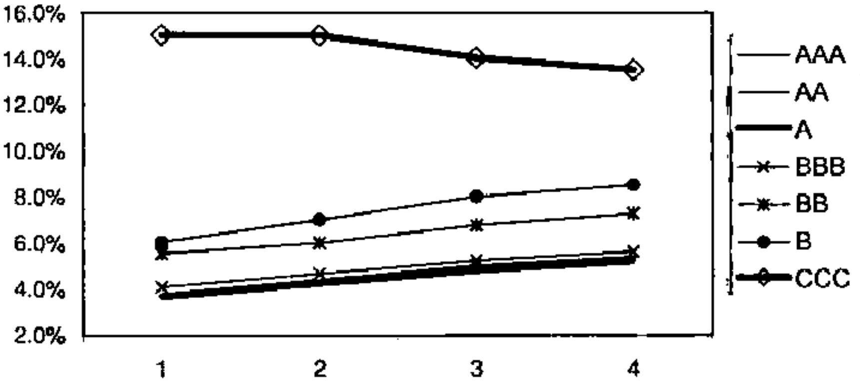
Alimentos	Bienes raíces	Factoraje
Minería	Ropa y calzado	Arrendamiento
Celulosa y madera	Filtros/maquinaria	Mueblero
Servicios	Art. aluminio	Cemento
Financiero	Otros servicios	Siderúrgica
Artes gráficas	Comercial	Herramientas
Papel y celulosa	Telecomunicaciones	Automotriz
Construcción	Hoteles	Papelería
Textil	Autopartes	Controladora
Industrial	Petróleo	Turismo
Banca de desarr.	Distrib. automotriz	Inmobiliario
Petroquimica	Vivienda	Bancario
Editorial	Joyería	Público
Bebidas	Enseres domésticos	Maquinaria
Quimica	Bienes de capital	Envases
Metalmecánica	Restaurante	

Paso 2. Valuación del precio *forward* del bono.

Para la valuación del bono se requiere de la curva de tasas correspondiente a cada nivel de calificación. Si se toma en cuenta el criterio de Standard & Poor's, se debe contar con siete curvas de tasas que incorporen la sobretasa o *spread* que refleje el riesgo de crédito. Todos los acreditados que tengan la misma calificación crediticia deben ser valuados con la misma curva. A continuación se presenta un ejemplo de las curvas de tasas que incluyen el *spread* por riesgo de crédito y por cada calificación de acuerdo con el criterio de las siete calificaciones de Standard & Poor's.

Categoría	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4
AAA	3.60%	4.17%	4.73%	5.12%
AA	3.65%	4.22%	4.78%	5.17%
A	3.72%	4.32%	4.93%	5.32%
BBB	4.10%	4.67%	5.25%	5.63%
BB	5.55%	6.02%	6.78%	7.27%
B	6.05%	7.02%	8.03%	8.52%
CCC	15.05%	15.02%	14.03%	13.52%

Curvas de tasas con distintas calidades crediticias
Fuente: *Credimetrics*, JP Morgan



El precio *forward* de cada bono es el valor presente del bono tomando en cuenta un año hacia adelante, tomando en cuenta las tasas de descuento de la curva que represente la calificación del bono y los flujos de efectivo (cupones) del bono desde un año hacia adelante hasta el vencimiento del bono.

Por ejemplo, si el bono tiene una calificación BBB y la tasa cupón es de 6% (valor nominal de $100), el precio *forward* del bono a un año es el siguiente:

$$F_{BBB} = 6 + \frac{6}{1.041^1} + \frac{6}{1.0467^2} + \frac{6}{1.0525^3} + \frac{106}{1.0563^4} = 107.53$$

Si replicamos el mismo cálculo para las distintas calificaciones, obtendremos los siguientes valores:

	Valor del crédito
AAA	\$109.35
AA	\$109.17
A	\$108.64
BBB	\$107.53
BB	\$102.01
B	\$98.09
CCC	\$83.63
Default	\$51.13

El valor de default es simplemente la tasa de recuperación de acuerdo con la calidad del colateral y no obedece a la fórmula de valor presente en el año uno.

Paso 3. Medición del riesgo de crédito (credit VaR).

A continuación se muestra el cálculo del credit VaR a partir de los cambios en el valor del bono, es decir, las pérdidas y/o ganancias que se obtendrían en las diferentes calificaciones:

Cálculo del VaR para un crédito de calificación BBB:

	Probabilidad de transición	Valor del bono		Cambio de valor ΔV		$Pi(\Delta V_i - \mu)^2$
AAA	0.02%	\$109.35		1.82		0.0010
AA	0.33%	\$109.17		1.64		0.0146
A	5.95%	\$108.64		1.11		0.1473
BBB	86.93%	\$107.53		0.00		0.1852
BB	5.30%	\$102.01		(5.52)		1.3586
B	1.17%	\$98.09		(9.45)		0.9442
CCC	0.12%	\$83.63		(23.91)		0.6595
Incumplimiento	0.18%	\$51.13		(56.40)		5.6326
	media =	\$107.07	media =	(0.46)	Varianza =	8.9431
					Desv. est. =	2.9905

Asumiendo distribución normal:

Credit VaR (95%) = \$ (5.40) $\mu - 1.65\sigma = -0.46 - 1.65 \times 2.99 = -5.40$

Credit VaR (99%) = \$ (7.43) $\mu - 2.33\sigma = -0.46 - 2.33 \times 2.99 = -7.43$

Asumiendo distribución real:

Credit VaR (95%) = \$ (5.52)

Credit VaR (99%) = \$ (9.45)

Asumiendo normalidad en los cambios en la distribución de pérdidas y/o ganancias, la media y la volatilidad del portafolios, como medida de riesgo, se determina de la siguiente manera:

$$\mu_{TOTAL} = \sum_{i=1}^{n} P_i \Delta V_i$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} P_i (\Delta V_i - \mu)^2}$$

Donde:

P_i = probabilidad de tener calificación *i*.

μ_{TOTAL} = valor del portafolios en el estado *i*.

ΔV_i = cambio de valor en el estado *i*.

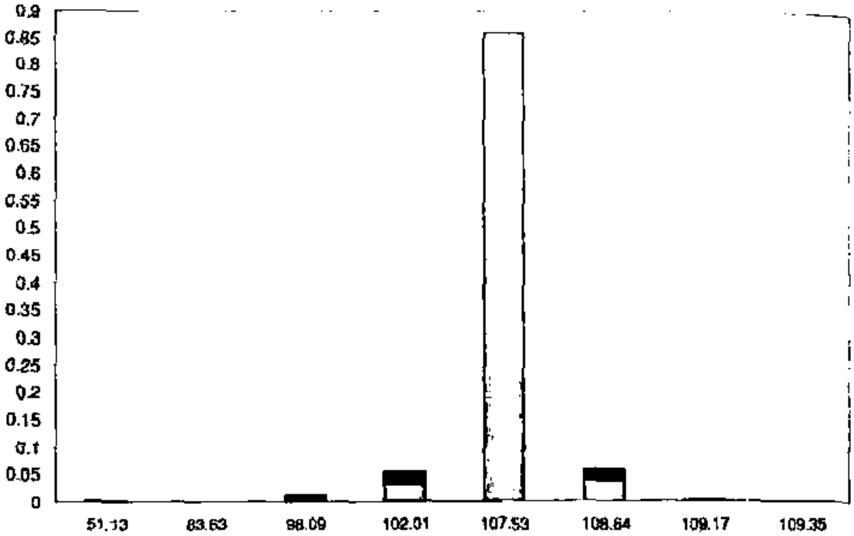
En este ejemplo, nótese cómo el credit VaR, asumiendo distribución normal, es menor (en términos absolutos) que en la distribución real (7.43 *vs.* 9.45). Esto se debe a que, como ya se mencionó, en el caso de riesgo de crédito, la distribución de probabilidad no es normal y tiene una kurtosis alta, especialmente en la cola izquierda de la curva.

Nótese también que el primer percentil de la distribución de pérdidas y/o ganancias no se obtiene interpolando entre los valores de 0.12 y 1.17%, sino que se acumula la probabilidad empezando por la de incumplimiento hacia la calificación AAA, de tal suerte que el primer percentil será la probabilidad acumulada que sea igual o mayor que 1%.

El procedimiento para determinar dicho primer percentil es el siguiente: la probabilidad de impago es 0.18%. Este valor es menor que 1%. La probabilidad de estar en calificación CCC o en incumplimiento es de 0.30% (es decir: 0.12% + 0.18%), que aún es menor que 1%. La probabilidad de tener calificación B, CCC o en incumplimiento es de 1.17% (es decir: 0.30% + 1.17%). Debido a que ahora esta probabilidad es mayor que 1%, se toma como primer percentil el valor de la calificación B y el credit VaR en este caso es de 9.45.[6]

A continuación se muestra el histograma de frecuencias de la distribución de pérdidas y/o ganancias del bono BBB:

Histograma de frecuencias del precio *forward* de un bono BBB



10.3 Metodología propuesta por Credit Suisse denominada *Credit Risk Plus*

El modelo propuesto por *Creditmetrics* está basado en los cambios probables de las calificaciones de la contraparte y en consecuencia en la determinación de un valor en riesgo de crédito. El modelo propuesto por Credit Suisse Financial Products (CSFP) en 1997 considera únicamente dos estados de la naturaleza: incumplimiento y no incumplimiento, y su propósito es determinar las pérdidas esperadas y no esperadas en lugar de determinar un VaR específico. Ésta es la razón por la que se dice que *Creditmetrics* es un modelo de *Mark-to-Market* y *Credit Risk Plus* es un modelo de probabilidad de incumplimiento.

Otra diferencia importante con respecto al modelo de *Creditmetrics* es que la probabilidad de incumplimiento en un periodo específico es discreta, mientras que en el modelo de *Credit Risk Plus*, la probabilidad de default es una variable continua con una distribución de probabilidad.

Además de determinar la probabilidad de incumplimiento, *Credit Risk Plus* permite establecer la severidad de la pérdida. Este modelo asume que las probabilidades de incumplimiento se comportan de acuerdo con una distribución de *Poisson*.

La distribución de *Poisson* es aquella en que la distribución de probabilidad está dada por:

$$p(x,\lambda)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}\qquad x=0,1,2,...$$

El valor de λ es una *tasa por unidad de tiempo. Para el tema que nos ocupa*, es la tasa de créditos incumplidos que en promedio se registran en un periodo de tiempo (normalmente un año). *La letra e representa la base de logaritmos naturales*, cuyo valor es 2.71828, y x es el número de incumplimientos de interés, $x = 0, 1, 2, 3, ...N$.

En la distribución de *Poisson*, la media y la *varianza son iguales:*

$$\sigma^{2}=media=\lambda$$

$$\sigma=\sqrt{media}=\sqrt{\lambda}$$

Veamos un ejemplo: basados en datos históricos, el promedio de créditos incumplidos en una cartera de préstamos es de 3% (tres *créditos en cartera vencida* por cada 100). Se desea saber la probabilidad de que en dicho portafolios se presente un incumplimiento:

$$p(1,3)=\frac{(2.71828)^{-3}\times(3)^{1}}{1!}=0.1493=14.93\%$$

La probabilidad de que se presenten tres *incumplimientos es:*[7]

$$p(3,3)=\frac{(2.71828)^{-3}\times(3)^{3}}{3!}=0.2240=22.40\%$$

La probabilidad de que se presenten *seis incumplimientos* es:

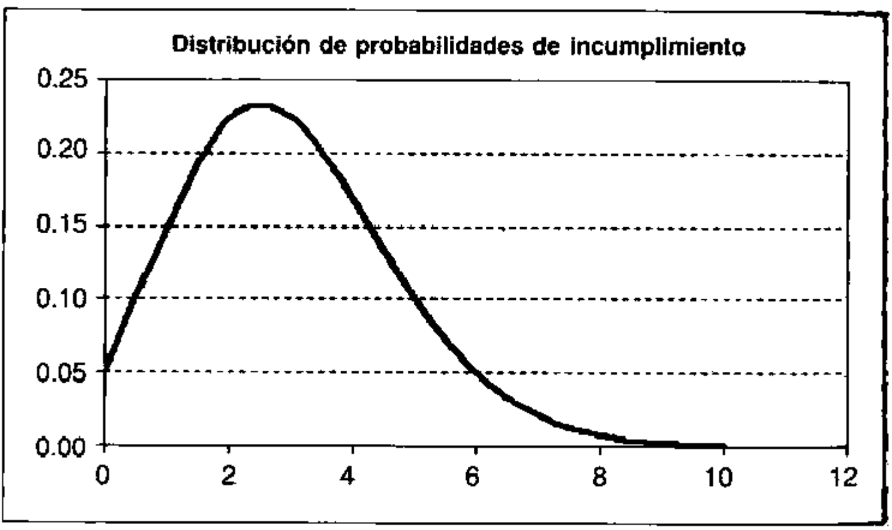
$$p(6,3)=\frac{(2.71828)^{-3}\times(3)^{6}}{6!}=0.0504=5.04\%$$

La probabilidad *de que no se presenten incumplimientos* es:

$$p(6,3)=\frac{(2.71828)^{-3}\times(3)^{0}}{0!}=0.0497\%=4.97\%$$

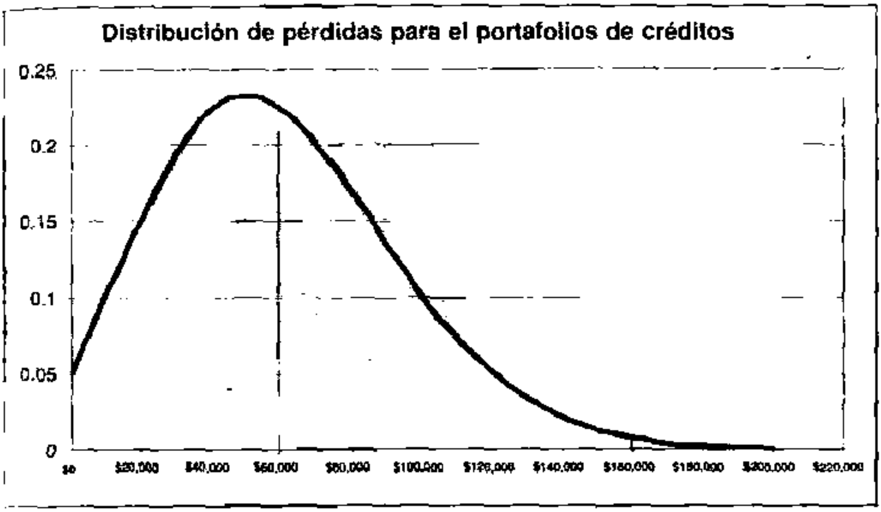
De tal suerte que la probabilidad de que se presenten varios incumplimientos en la cartera de este ejemplo, se calcula en el siguiente cuadro. Asimismo, se graficó la curva de distribución de probabilidades de dichos incumplimientos.

N	Probabilidad	Probabilidad acumulada
0	0.0498	0.0498
1	0.1494	0.1991
2	0.2240	0.4232
3	0.2240	0.6472
4	0.1680	0.8153
5	0.1008	0.9161
6	0.0504	0.9665
7	0.0216	0.9881
8	0.0081	0.9962
9	0.0027	0.9989
10	0.0008	0.9997



De aquí se desprende que en la metodología de *Credit Plus* también es posible determinar un credit VaR y una pérdida esperada.

Si el promedio en el monto de créditos en el portafolios del ejemplo que nos ocupa es de $20,000 por crédito y se espera (de acuerdo con datos históricos) que el 3% de los créditos incumpla, entonces la pérdida esperada será de $60,000 (es decir, 3 × $20,000), y la pérdida no esperada o credit VaR será lo que resulte de obtener un nivel de confianza del 99%. Obsérvese que este nivel de confianza se presenta para cuando ocho créditos incumplen en el portafolios, en cuyo caso la pérdida no esperada es de $160,000 (8 × $20,000). A continuación se muestra gráficamente:



10.4 Comparación entre los tres modelos

En febrero del 2000, la Asociación de Swaps y Derivados (ISDA) y el Instituto Internacional de Finanzas (IIF) publicaron los resultados de un estudio que muestra las comparaciones entre los tres modelos de riesgo de crédito mencionados (*KMV*, *Creditmetrics* y *Credit Risk Plus*), implementados por 25 bancos comerciales en 10 países. Las conclusiones más importantes del estudio son las siguientes:

1. Los modelos arrojan resultados consistentes entre sí cuando se tienen datos de entrada similares. De hecho, con datos de entrada iguales, los resultados entre las tres metodologías son casi idénticos.
2. Las diferencias en los resultados se deben a los datos de entrada con distintas frecuencias, correlaciones, métodos de valuación, *spreads*, tasas de descuento y tratamiento de flujos de efectivo.

Con el propósito de comparar los resultados, el grupo de expertos de IIF/ISDA consideraron dos portafolios: uno pequeño con valor de mercado de USD 12,540 millones que considera 588 créditos y uno grande de USD 20,173 millones que considera 2,352 créditos. La tasa de recuperación de garantías (*recovery rate*) fue de 60% para créditos y 40% para bonos que cotizan en el mercado. La desviación estándar anual de los *recovery rates* fue de 25% para créditos y 20% para bonos.

Como puede apreciarse en el cuadro siguiente, la consistencia en los resultados es muy alta. *KMV* subestima la pérdida esperada, probablemente debido a que la tasa de descuento que utiliza el modelo es la tasa libre de riesgo, mientras que en el modelo de *Creditmetrics* se utiliza la tasa libre de riesgo más un *spread*.

Modelo	Monto del portafolios (millones de USD)	Pérdida esperada (%)	VaR (99%) (millones de USD)
Credimetrics	12,439.0	1.7	4.4
KMV	11,654.0	1.0	3.6
Credit Risk Plus	12,484.0	1.7	4.4
Credimetrics	49,726.0	1.7	4.0
KMV	48,834.0	1.1	3.3
Credit Risk Plus	49,786.0	1.7	6.4

Fuente: Estudio de IIF/ISDA.

En conclusión, los tres modelos muestran gran consistencia, pero las diferencias se encuentran en los supuestos de los parámetros de entrada al modelo. Hay que recordar que en el caso de la medición de riesgos de crédito, a diferencia de los riesgos de mercado, la limitación en la recolección de datos es mayor y la frecuencia de los mismos es menor.

En el caso particular de la aplicación de estos modelos en México, se puede afirmar que la mayor parte de los bancos ya cuenta con información histórica de sus acreditados y que a partir de distintos sistemas de calificación de dicha cartera, se obtienen tasas de incumplimiento de los acreditados y las matrices de transición.

Los modelos más usados por los bancos en México para medir el riesgo de crédito son *Creditmetrics* y *Credit Risk Plus*. Algunos utilizan otros modelos distintos a los explicados en este capítulo. La mayoría ha optado por considerar un periodo de un año como horizonte en el cálculo del credit VaR y muy pocos trimestral. Esto se debe a que los bancos no esperan cambios significativos en la calidad de su cartera en periodos menores a un año.

Notas

1. La referencia bibliográfica de las publicaciones de *KMV* está en Internet, en la dirección www.kmv.com.
2. A este modelo también se le conoce como Modelo de Merton (1974), que a su vez parte del principio contable que dice que una empresa está en quiebra cuando el valor de sus pasivos excede al de sus activos.

3. La volatilidad de las acciones de la firma σ_e puede calcularse mediante la serie de tiempo de precios de la acción o inclusive mediante la volatilidad implícita si se cotiza en el mercado el contrato de opción sobre esa acción en particular.
4. Ver el documento técnico de *Creditmetrics* de JP Morgan del 2 de abril de 1997. En 1998 el grupo que desarrolló *Riskmetrics* y *Creditmetrics* formó una sola empresa denominada *Riskmetrics Group*.
5. Creditmetrics incorpora en su modelo dos importantes efectos: granularidad y concentración del portafolios. Granularidad se refiere al grado de homogeneidad en el tamaño de las posiciones, es decir, la medida en que el tamaño de alguna posición difiere del tamaño de las demás. El efecto de concentración es la proporción de posiciones en un mismo sector industrial o región geográfica dentro del portafolios.
6. El VaR con el 95% de nivel de confianza es aproximadamente el que corresponde a 6.77%, es decir, VaR (5.3% + 1.17% + 0.12% + 0.18%).
7. El término 3! significa $3 \times 2 \times 1 = 6$, y 0! se define como uno.

CAPÍTULO 11

Medidas de desempeño ajustadas por riesgo

Un aspecto fundamental para la alta dirección en las instituciones es la manera en que se puede medir el desempeño de los portafolios. Tradicionalmente estas medidas estaban basadas en el rendimiento que daban dichos portafolios, pero, como se ha señalado, el riesgo cuenta en igualdad de importancia. Por tanto, en este capítulo se presentan algunas medidas de rendimiento ajustadas por riesgo.

Medidas de desempeño ajustadas por riesgo

Considere dos portafolios de activos: A y B. El portafolios A generó 10 millones de pesos de utilidad en un año y el B 12 millones de pesos en el mismo lapso. ¿Cuál de los dos tuvo mejor desempeño? *La respuesta inicial sería que el portafolios* B superó al A, en virtud de que sólo se conoce el dato de las utilidades. Pero el manejo de portafolios de inversión, como ya se señaló en capítulos anteriores, está relacionado con el rendimiento y el riesgo, por tanto, es necesario medir el riesgo y *relacionarlo con* el *rendimiento.*

Suponga que el portafolios A tuvo un VaR anualizado de 50 millones de pesos durante el mes, y el portafolios B registró un VaR anual de 120 millones de pesos. La relación de utilidades/VaR sería la siguiente:

Portafolios A: $$\frac{Utilidades}{VaR} = \frac{10}{50} = 20\%$$

Portafolios B: $$\frac{Utilidades}{VaR} = \frac{12}{120} = 10\%$$

Ahora resulta claro que el portafolios A tuvo un mejor desempeño que el B. Esto significa que el B generó más utilidades que el A, pero requirió mucho más riesgo.

En general, las medidas de desempeño en portafolios de inversión son indicadores de utilidad o rendimiento, ajustados por riesgo. A estos indicadores se les conoce como "medidas de desempeño ajustadas por riesgo" (*RAPM: Risk adjusted performance measurement*).

11.1 Indicador de Sharpe

El indicador de Sharpe es muy útil para evaluar el desempeño de un portafolios y compararlo con otros. Este indicador mide el rendimiento del portafolios en exceso de la tasa libre de riesgo, en relación con la volatilidad mostrada por dicho portafolios:

$$Sharpe = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p}$$

Donde:

R_p = rendimiento registrado por el portafolios.
r_f = tasa libre de riesgo (Cetes a 28 días como referencia).
σ_p = volatilidad observada del rendimiento del portafolios en el mismo periodo.

El rendimiento del portafolios debe ser calculado después de costos por unidad de negocio.

Uno de los problemas que se presentan en la aplicación del indicador de Sharpe es que se requiere conocer el monto del capital originalmente invertido, a efecto de medir el rendimiento del portafolios. Por tanto, este indicador debe usarse únicamente cuando es claro el capital que se utilizó en la inversión del portafolios. Para una operación es posible calcular el capital utilizado mediante el capital regulatorio que se establece por las autoridades financieras.

El indicador de Sharpe puede utilizarse para evaluar el desempeño de portafolios sobre una base histórica en un periodo específico. Por ejemplo, se podría calcular el indicador de Sharpe de manera mensual en los últimos cinco años. Este análisis permitiría contestar las siguientes preguntas: ¿el negocio está tomando sistemáticamente más riesgo?; ¿los rendimientos del portafolios están alineados con los riesgos que se han estado tomando?

11.2 Indicador de Treynor

El indicador de Treynor es similar al de Sharpe, pero en lugar de utilizar la volatilidad como medida de riesgo, utiliza la beta (riesgo sistemático):

$$Treynor = \frac{R_p - r_f}{\beta_p}$$

Donde:

R_p = rendimiento registrado por el portafolios.
r_f = tasa libre de riesgo (Cetes a 28 días como referencia).
β_p = relación del rendimiento del portafolios en relación con el mercado.

11.3 Rendimiento sobre capital en riesgo

Una medida de desempeño ajustada por riesgo es el llamado rendimiento sobre capital en riesgo. (También se le conoce como *RAROC*: *Risk Adjusted Return on Capital*.) El modelo para este indicador es el siguiente:

$$RAROC = \frac{UN - E(P)}{CaR}$$

Donde:

UN = utilidad neta.
$E(P)$ = pérdida esperada por riesgo de crédito.
CaR (*Capital at Risk*) = capital en riesgo = VaR + pérdidas inesperadas de crédito + monto por riesgo operacional. También puede considerarse como el capital regulatorio.

Utilidad neta: es el indicador más sencillo de obtener en el modelo del *RAROC*. Simplemente se refiere a la utilidad del negocio menos los costos directos e indirectos relacionados con el mismo.

Pérdida esperada por riesgo de crédito: la cuantificación del riesgo de crédito es bastante compleja, como se vio en el capítulo anterior, ya que se requiere conocer la probabilidad de incumplimiento de la contraparte en una transacción. Esta pérdida esperada estará dada por la siguiente ecuación:

$$E(P) = (1 - R_e)\sum_{i=1}^{p} \frac{E_p D_p}{M}$$

Donde:

$E(P)$ = pérdida esperada por riesgo de crédito.
E_p = exposición total de riesgo de crédito en una transacción en el periodo p.
D_p = probabilidad de incumplimiento de la contraparte en una transacción en el periodo p.
R_e = porcentaje esperado de recuperación del crédito en función de las garantías.
M = número de periodos en la pérdida esperada por riesgo de crédito calculada (por ejemplo, en un *swap* de tres años con pagos semestrales, M sería igual a 6).

Capital en riesgo: se refiere a todo el riesgo que asume una institución en una transacción. Como se puede observar, este concepto va más allá del valor en riesgo por riesgo de mercado, ya que incluye un monto por riesgo operativo y pérdidas inesperadas en riesgo de crédito.

El VaR que considera el *RAROC* generalmente es anual, en lugar del VaR diario o de diez días que se considera en la medición de riesgos del día a día. Desde luego que para determinar el VaR anual es necesario calcularlo mediante el equivalente del VaR a un periodo menor. Por ejemplo, si se cuenta con el VaR de un día, es posible obtener el VaR anual simplemente mutiplicando por la raíz cuadrada de 255 días (aproximadamente 16).

Las pérdidas inesperadas por riesgo de crédito suponen que las contrapartes podrían incumplir a pesar de las probabilidades por incumplimiento, calculadas estadísticamente. La manera de medir estas pérdidas es la siguiente:

Pérdidas inesperadas por riesgo de crédito = máxima pérdida por riesgo de crédito – pérdida esperada por riesgo de crédito

En relación con el monto por riesgo operacional, cabe señalar que el problema que tiene es el de su cuantificación. De hecho, algunas metodologías se están poniendo en práctica en la industria para lograr su cuantificación analítica basada en la estadística.

Como se puede observar, la probabilidad de incumplimiento y el monto por riesgo operacional son las partes más complejas en el cálculo de dicha pérdida esperada.

CAPÍTULO 12

El riesgo operativo

Uno de los más importantes retos que enfrenta el sector financiero en la primera década del nuevo milenio, es el relativo a la identificación, medición y control del riesgo operativo. El desarrollo de modelos para medir esta naturaleza de riesgo es incipiente en virtud de la falta de información y de datos históricos con respecto a pérdidas derivadas de personas, sistemas, factores externos, como la falta de aplicación correcta o mala interpretación a la regulación, etcétera.

El grupo de trabajo del Comité de Basilea ha propuesto que en el año 2004 podrá implementar modelos de medición de riesgos operativos similares a los que ya se encuentran en riesgos de mercado y de crédito. De ahí su importancia crucial.

El riesgo operativo

12.1 Definición de riesgo operativo

En los años recientes, los participantes del sector financiero (principalmente reguladores e instituciones bancarias), han reconocido la importancia del riesgo operativo y la necesidad de incorporar este riesgo en el perfil de riesgo global de las instituciones financieras.

Los desarrollos tecnológicos relacionados con la automatización de algunos procesos, el crecimiento de los servicios bancarios a través de la internet (*e-commerce*), los procesos de fusiones y adquisiciones que implican la integración de sistemas, la tendencia mundial en el *outsourcing*, sugieren que las pérdidas por riesgos operativos pueden ser cada vez más frecuentes y sustanciales.

En el mes de septiembre de 2001, el grupo de trabajo del Comité de Basilea del Banco Internacional de Pagos (BIS) revisó la definición de riesgo operativo que se había propuesto desde 1999, para quedar como sigue: "Riesgo operativo es la pérdida potencial que resulta de fallas en los procesos internos, personas y sistemas, así como de eventos externos."

Es decir, que el riesgo operativo se refiere a las pérdidas que pueden causar cuatro factores: personas, procesos, sistemas y factores externos. Es importante aclarar que el grupo del Comité de Basilea incluyó el riesgo legal en el riesgo operativo.

El administrador de riesgos debe tener muy claro qué es un riesgo de mercado o de crédito y cuándo clasificar un riesgo operativo, aunque se trate de una operación de mercado o de crédito.

A manera de ejemplo, consideremos a un cliente de alguna institución bancaria que incumple en sus compromisos crediticios; la pérdida se refiere a riesgo de crédito, como se analizó en el capítulo nueve. Sin embargo, si el cliente incumple porque en el proceso de análisis de crédito no se debió haber aprobado la operación, en virtud de no haberse seguido los lineamientos establecidos por la institución, entonces se trata claramente de un riesgo operativo y no de crédito.

12.2 Clasificación de riesgos operativos

Podríamos clasificar el riesgo operativo en dos grandes vertientes: aquél que se refiere a las pérdidas potenciales derivadas de *fallas internas en el negocio* y el que se refiere a pérdidas por factores externos a la organización. A continuación se propone la siguiente clasificación:

1. Riesgos de fallas internas en el negocio:

- Recursos humanos (personas):
  - Incompetencia.
  - Fraude.
  - Concentración del "expertise".
- Procesos de operación:
  - Ejecución y confirmación de órdenes.
  - Registro de una transacción (*Booking error*)
  - Liquidación de una compra/venta.
  - Documentación (contratos legales).
  - Modelo de valuación erróneo.
  - Complejidad del producto.
- Tecnología:
  - Fallas en sistemas.
  - Errores en sistemas de telecomunicación.

2. Riesgos externos:
   - Eventos políticos.
   - Aplicación en la regulación (multas).
   - Aplicación de leyes y reglamentos fiscales.

12.3 Identificación cualitativa de riesgos operativos

Para lograr una adecuada identificación de riesgos operativos, es necesario seguir los siguientes pasos:

a) Identificar cada uno de los procesos en la organización. Un proceso se entiende como aquél que comprende una secuencia de tareas repetitivas o recurrentes en las cuales puede presentarse un riesgo operativo.

b) Detallar las actividades específicas que se desarrollan en cada uno de los procesos identificados.

c) Identificar los riesgos operativos que se pueden presentar en cada etapa.

d) Identificar los controles que existen (o deberían existir) para reducir o eliminar los riesgos operativos detectados.

A continuación se muestra un ejemplo de identificación y control cualitativo de riesgos operativos. Se trata de un proceso de renuncia o baja voluntaria de algún empleado en una empresa:

Actividad	Riesgo	Puntos de control
Carta renuncia	• No existe o no está firmada.	• El gerente de la oficina debe verificar la existencia de la carta renuncia y que esté debidamente requisitada.
Aviso de baja	• No se notifica oportunamente la baja al área de Recursos Humanos.	• El área de Recursos Humanos llevará un registro cronológico de las notificaciones de bajas de personal, detallando la fecha del aviso, quién hizo el reporte, quién lo recibió, fecha de recepción de la renuncia y fecha de aviso de la baja en el Sistema de Recursos Humanos.
	• No tiene la firma del gerente de la oficina.	• Recursos Humanos revisará de inmediato que el aviso de baja esté firmado por el gerente de la oficina, y en caso de no ser así, la devolverá de inmediato para su requisición y le dará seguimiento hasta su cumplimiento.
Finiquito	• Certificación errónea de adeudos del empleado.	• La certificación de los adeudos los llevará a cabo el operador responsable y serán verificados por su nivel inmediato superior, quien deberá de firmarlo en señal de revisión.
Baja del Sistema	• Baja inoportuna.	• El área de Recursos Humanos vigilará semanalmente que haya recibido la documentación de las bajas del personal y las haya turnado al área de Operaciones de Recursos Humanos, registrando tal hecho en su control cronológico.
Entrega del puesto	• No se hace o no se documenta.	• El gerente de la oficina debe enviar a Recursos Humanos una copia del acta de entrega del puesto, en donde se especifique claramente la baja de los *passwords*, poderes, equipo y documentación que entrega el personal que causa baja y a quién los entrega.

El hecho de no tener identificados los riesgos en este proceso de baja voluntaria de algún empleado, podría causar algunas pérdidas a la empresa. Por ejemplo, si el empleado tenía poderes legales de la empresa y no se cancelaron, podría hacer mal uso de los mismos, o si Recursos Humanos no da de baja al empleado oportunamente, éste podría seguir cobrando su sueldo por un periodo aun cuando ya no labore en la empresa.

Cabe señalar que el anterior ejemplo puede ser aplicado a las áreas de la organización que tienen riesgo operativo, tales como Tesorería, Operaciones, Sistemas, etcétera.

12.4 Medición cuantitativa de riesgos operativos

Para estar en posibilidad de medir el riesgo operativo y calcular una suerte de valor en riesgo (VaR) operativo, es necesario modelar el grado de severidad de la pérdida esperada, asumiendo que los factores de riesgo son estables.

Como en riesgos de mercado, es posible determinar algunos factores de riesgos operativos que deben ser entendidos en términos de su histograma de frecuencias y, por tanto, de su distribución de probabilidad.

Basados en datos históricos, los analistas de riesgos deben inferir cuál es la curva de distribución de probabilidad más adecuada. Existen dos tipos de distribuciones de probabilidad a utilizar:

a) Distribuciones empíricas: utilizan la distribución de frecuencias con base en datos históricos reales. Se *asemeja al método de simulación histórica* descrito en el capítulo 4, es decir, no requiere asumir algún tipo de distribución de probabilidad específica.

b) Distribuciones paramétricas: utilizan una distribución de probabilidad ya establecida, tales como la distribución exponencial, de *Poisson*, Beta, binomial o de Weibull, las cuales contienen fuertes supuestos matemáticos en el comportamiento de los factores de riesgo. Estas distribuciones deben ser consideradas si los datos se aproximan a alguna de estas distribuciones, y, sobre todo, la experiencia debe sugerir la aplicación de alguna de ellas, de acuerdo con el problema específico de que se trate.

En general se requieren cuatro pasos para seleccionar y parametrizar una distribución de probabilidad:

1. Construir un histograma de frecuencia de los eventos o impactos que se han registrado en un proceso.
2. Identificar las distribuciones de probabilidad que son candidatas a aplicarse, de acuerdo con la forma que tenga el histograma de frecuencias.

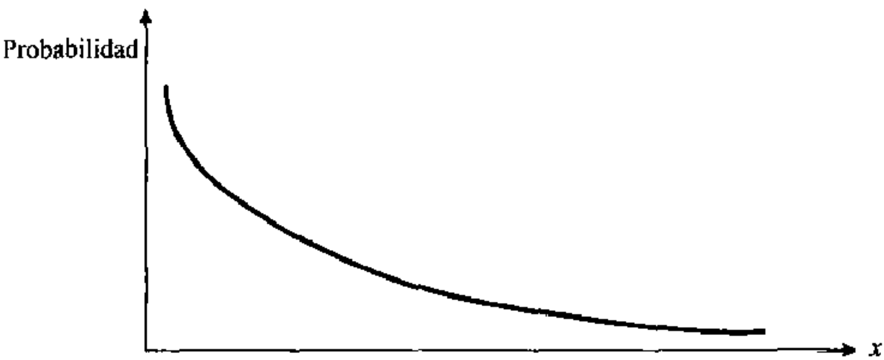
3. Estimar los parámetros de la distribución.
4. Aplicar alguna prueba estadística de bondad de ajuste (*goodness-of-fit*).

En materia de riesgo operativo, existe la tendencia de que se sufra una gran cantidad de pequeñas pérdidas registradas, en lugar de un número pequeño de pérdidas importantes, por lo que las distribuciones exponencial y de Weibull son las más comunes a utilizar. A continuación se detallan ambas distribuciones de probabilidad:

Distribución exponencial:

$$\lambda(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \qquad \text{donde } x > 0 \text{ y } \lambda > 0$$

$$\text{media: } \frac{1}{\lambda} \qquad \text{varianza: } \frac{1}{\lambda^2}$$



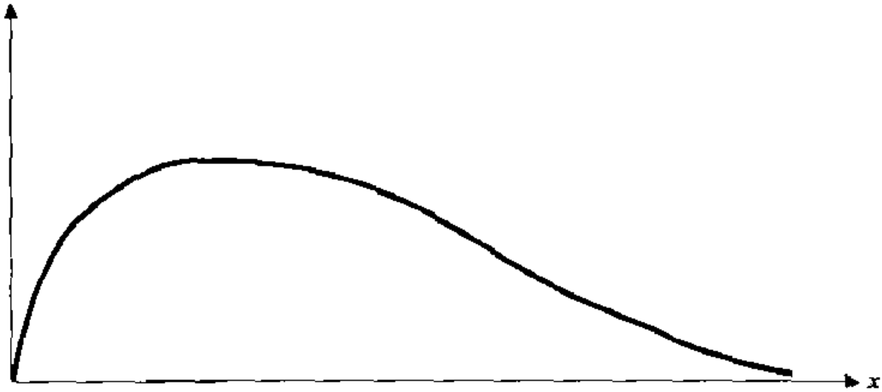
En este caso tenemos un parámetro λ, que es la tasa constante de fallas en un proceso durante un intervalo de tiempo determinado.

Distribución de Weibull:

$$W(\alpha,\beta) = \alpha\beta^{-\alpha}\, x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^{2}}, \qquad \text{donde } \alpha > 0; \beta > 0$$

$$\text{media: } \frac{\beta}{\alpha}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) \qquad \text{varianza: } \frac{\beta^2}{\alpha}\left[2\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)-\frac{1}{\alpha}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2\right]$$

Probabilidad



La distribución de Weibull es muy común cuando la tasa de fallas en el proceso no es constante en un intervalo de tiempo. El parámetro β de la distribución tiene efectos en la forma de la curva de distribución de probabilidad; de hecho, la distribución de Weibull se convierte en la distribución exponencial cuando $\beta = 1$, y tiene una forma similar a la normal cuando $\beta = 3.25$.

Bibliografía

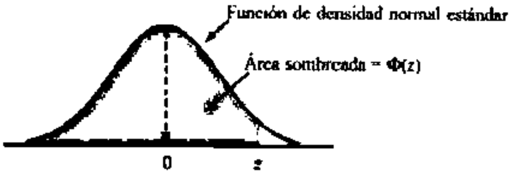
1. Alexander, Carol. *The handbook of risk management and analysis*. Wiley, 1996.
2. Altman, Edward. *Corporate financial distress and bankruptcy*. 2ª ed. Wiley, 1993.
3. Bankers Trust Co. *RAROC*. Nueva York, 1994.
4. Baroni-Adesi G. y Waley R. *Efficient analytic approximation of American Option Values*. Journal of Finance, vol. 42, no. 2, 1987.
5. Beaver, William y George Parker. *Risk management, problems & solutions*. McGraw-Hill, 1995.
6. Best, Philip. *Implementing value at risk*. Wiley & Sons, 1998.
7. Benninga, Simon. *Financial modeling*. 2ª ed. MIT Press, 2000.
8. Bera, Anil y Matthew Higgings. *A survey of ARCH models: Properties, estimation and testing*. Journal of Economics Surveys, vol. 7, no. 4, 1993.
9. Berstein, Peter. *Against the gods. A remarkable story of risk*, 1998.
10. Bessis, Joël. *Risk management in banking*. Wiley, 1998.
11. Bhattacharyya, Gouri y Richard Johnson. *Statistical concepts and methods*. Wiley, 2000.
12. Black, Fisher y Myron Scholes. *The pricing of options and corporate liabilities*. Journal of Political Economy, vol. 81, 1973.
13. Bollerslev, T. *Generalized autoregresive conditional heteroskedasticity*. Journal of Econometrics, vol. 31 (3), pp. 307-328, 1986.
14. Boyle, Phelim P. *Options: A Monte Carlo approach*. Journal of Financial Economics 4, pp. 323-338, 1977.
15. Butler, Cormac. *Mastering value at risk: A step-by-step guide to understanding and applying VaR*. FT Pitman Publishing, 1999.

16. Caouette, John, Edward Altman y Paul Narayanan. *Managing credit risk: The new great financial challenge*. Wiley, 1998.
17. Chorafas, Dimitris. *Managing Derivatives Risk*. Irwin, 1995.
18. Chorafas, Dimitris. *The market risk amendment*. McGraw-Hill, 1997.
19. Cox, John y Mark Rubinstein. *Options markets*. Prentice Hall, 1985.
20. Crouhy, Michel, Galai Dan y Mark Robert. *Risk Management*. McGraw-Hill. 2001.
21. Damodaran, Aswath. *Investment valuation*. Wiley, Frontiers in Finance, 1996.
22. De Lara, Alfonso. *Forwards, futuros y opciones sobre el tipo de cambio*. Ejecutivos de Finanzas, 1995.
23. De Lara, Alfonso. *Proyectos de inversión ante la incertidumbre. Un enfoque de opciones reales*. Ejecutivos de Finanzas, 1996.
24. De Lara, Alfonso. *The value at risk model*. Anahuac Journal, 1999.
25. De Lara, Alfonso. *Valor en riesgo en mercado de dinero*. Condusef, 2000.
26. De Lara, Alfonso. *La función de administración de riesgos*. Condusef, 2001.
27. Dixit, Avinash y Robert Pindyck. *Investment under uncertainty*. Princeton University Press, 1994.
28. Dowd, Kevin. *Beyond value at risk: The new science of risk management*. Wiley, Frontiers in Finance, 1998.
29. Fabozzi, Frank. *Bond markets, analysis and strategies*. 2ª ed. Prentice Hall, 1993.
30. Farrel, James. *Portfolio management*. 2ª ed. McGraw-Hill, 1997.
31. Galitz C., Lawrence. *Financial engineering: Tools and techniques to manage financial risk*. Irwin, 1995.
32. Garman, M. y Kohlhagen. *Foreign currency option values*. Journal of International Money and Finance, vol. 2, no. 3, 1983.
33. Gastineau, Gary. *Risk management: An overview. Risk management*. ICFA Continuing Education. AIMR, 1995.
34. Gemmill, Gordon. *Options pricing: An international perspective*. McGraw-Hill, 1993.
35. Group of Thirty. *Derivatives: Practices and principles G-30*, 1993.
36. Hildy, Richelson y Stan Richelson. *Bonds & bonds funds*. McGraw-Hill, 1996.
37. Hubbard, Glenn. *Money the financial system and the economy*. Addison Wesley, 1994.
38. Hull C., John. *Options, futures and other derivatives*. 3ª ed. Prentice Hall, 1997.
39. Hull, John y Alan White. *The pricing of options on assets with stochastic volatilities*. The Journal of Finance, pp. 281-300, 1987.
40. Jarrow, Robert. *Volatility: New estimation techniques for pricing derivatives*. Risk Books, 1998.
41. Jarrow R. y A. Rudd. *Option pricing*. Irwin, 1983.
42. JP Morgan and Company. *Riskmetrics* – documento técnico. Nueva York: JP Morgan, 1996.

43. JP Morgan and Company. *Creditmetrics* - documento técnico. Nueva York: JP Morgan, 1997.
44. Jarque, Carlos y Anil Bera. *A test for normality of observations and regression residuals.* International Statistical Review, pp. 163-172, 1987.
45. Jorion, Philippe. *Value at risk: The new benchmark for controlling market risk.* Irwin, 1997.
46. Jorion, Philippe. *Predicting volatility in the foreign exchange market.* Journal of Finance, vol. L, no. 2, pp. 507-528, 1995.
47. Jorion, Philippe. *Risk: Measuring the risk in value at risk.* Financial Analyst Journal, nov.-dic., pp. 47-56, 1996.
48. Kopprasch, Robert. *Reporting and monitoring risk exposure.* Risk Management. ICFA Continuing Education. AIMR, 1995.
49. Kupiec, P. *Techniques for verififyng the accuracy of risk measurement models.* Journal of Derivatives 2, pp. 73-84, 1995.
50. Maddala G. S. *Introducción a la econometria.* 2ª ed. Prentice Hall, 1996.
51. Marshall, Christopher. *Measuring and Managing Operational Risks.* Wiley, 2001.
52. Miller, Merton. *Financial innovations & market volatility.* Blackwell, 1993.
53. Miller, Merton. *Merton Miller on derivatives.* Wiley, 1997.
54. Pyndick, R. y D. Rubinfeld. *Econometric models & economic forecasts.* 3ª ed. McGraw-Hill, 1991.
55. Reddy, Michael. *Securities operations.* New York Institute of Finance, 1995.
56. Reilly, Frank. *Investment analysis and portfolio management.* 4ª ed. The Dryden Press, 1994.
57. Sánchez Cerón, Carlos. *Valor en riesgo y sus aproximaciones.* Valuación, Análisis y Riesgo, S.C, 2001.
58. Saunders Anthony y Linda Allen. *Credit Risk Measurement.* 2ª ed. Wiley, 2002.
59. Sharp, F. *The Sharpe ratio.* The Journal of Portfolio Management, vol. 21, no 1, pp. 49-58, 1994.
60. Siegel, Daniel y Diane Siegel. *Futures markets.* The Dryden Press, 1990.
61. Solnik, Bruno. *International investments.* 3ª ed. Addison Wesley. Special edition for CFA Candidates, 1996.
62. Treynor J. y B. Fisher. *How to use security analysis to improve portfolio selection.* Journal of Business, pp. 66-85, 1973.
63. Valentine, Jerome y Edmund Mennis. *Quantitative techniques for financial analysis.* Edición revisada. The Institute of Chartered Financial Analyst, 1980.
64. Zipf, Robert. *How the bond markets works.* New York Institute of Finance. 2ª ed., 1997.

Tabla de áreas de la curva normal estándar

$\Phi(z) = P(Z \leq z)$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
−3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
−3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
−3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
−3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
−2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0038
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0352	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0310	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0722	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3482
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

(continúa)

Áreas de la curva normal estándar (continuación) $\Phi(z) = P(Z \leq z)$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8840	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Índice temático

La edición, composición, diseño e impresión de esta obra fueron realizados
bajo la supervisión de GRUPO NORIEGA EDITORES.
Balderas 95, Col. Centro, México, D.F. C.P. 06040
1258100000108705DP9200IE

Acerca del autor:

Es Ingeniero Industrial graduado con mención hor rífica en la Universidad Nacional Autónoma de Méx (UNAM). Obtuvo la maestría en Administración y maestría en Finanzas en el Instituto Tecnológico A tónomo de México (ITAM), así como un posgra en Finanzas en Northwestern University, en Chicag Adicionalmente, ha estudiado otros cursos espec lizados en el área de Finanzas, en Nueva York Toronto.

Profesionalmente se ha desarrollado como an lista, coordinador y subgerente de análisis de créd en Nacional Finaniera y como director de proye tos especiales en el Banco Nacional de Comerc Exterior.

En 1994 ingresó a la Asociación Mexicana (Intermediarios Bursátiles (AMIB), donde fungió con coordinador de los comités de mercado de diner capitales y productos derivados.

Actualmente es director de administración de rie gos del Grupo Financiero Scotiabank Inverlat, en cual evalúa y monitorea los riesgos de mercado c las instituciones que conforman el grupo financier

Desde 1983 ha sido profesor de Matemáticas Finanzas en niveles de maestría, diplomado y licei ciatura, así como de la materia de Administración c Riesgos Financieros, en la maestría de Finanzas e el ITAM, en la Facultad de Ingeniería de la UNAM en la Universidad Anáhuac y en la Universidad Ibero americana. Asimismo, es presidente del comité d riesgo de Asigna, la Cámara de Compensación d Mercado Mexicano de Derivados (MEXDER) y mien bro del panel arbitral de este mercado.

Ha publicado diversos artículos en revistas espe cializadas relacionados con los productos derivados finanzas corporativas y administración de riesgos Es miembro del catálogo de conferencistas Lati American Speakers, a través del cual dicta confe rencias relacionadas con su especialidad.

La administración de riesgos, con todo y la complejidad de sus conceptos matemáticos, es una actividad que ha registrado un crecimiento muy importante en nuestro país y en el ámbito internacional en los últimos años.

El costo de que una institución o un inversionista tenga en posición de riesgo algún instrumento financiero que no sea plenamente entendido, puede ser devastador.

Medición y control de riesgos financieros es un esfuerzo para difundir los principales conceptos en la medición de riesgos desde un punto de vista pragmático, de tal suerte que las metodologías puedan ser entendidas por ejecutivos y estudiantes no expertos en la materia.

Este libro tiene las siguientes características:

- Explicaciones accesibles, tanto de los instrumentos financieros, cómo de las metodologías de medición y control de riesgos.

- Ejemplos numéricos y aplicaciones en la medición de riesgos que facilitan la comprensión de los temas.

- Énfasis en el concepto conocido como Valor en Riesgo (VaR), que se ha convertido hoy en día en modelo que es norma en la industria, es decir, en paradigma.

El Valor en Riesgo (VaR) es una herramienta esencial para cualquier administrador de riesgos. Probablemente su fortaleza consiste en que *su alcance cubre a cualquier instrumento* o portafolios, desde lo más simple hasta lo más complejo.

El VaR resume en un solo número el conjunto de correlaciones, volatilidad y factores de riesgo que se encuentran en una posición de riesgo.

Se explican otras herramientas que son indispensables para una efectiva administración de riesgo con visión integral, tales como pruebas de stress, de back testing, indicadores de desempeño, entre otros.

Medición y control de riesgos financieros es un libro introductorio que provee los conceptos básicos de una rama de las finanzas, pero también sirve como libro de consulta y referencia para aquellos interesados en este campo.

ÁREA: CONTABILIDAD / FINANZAS
ISBN 978-968-18-6444-6
9 789681 864446

NOR EDITORES
limusa@noriegaeditores.com
www.noriega.com.mx